

Вестник Донского государственного технического университета

Теоретический и научно-практический журнал 

Vestnik of Don State Technical University

Том 18 | Vol. 18
№ 4 | no. 4
2018 | 2018

ISSN 1992-5980 
eISSN 1992-6006

1. Механика
   Mechanics
2. Машиностроение и машиноведение
   Machine Building and Machine Science
3. Информатика, вычислительная техника и управление
   Information Technology, Computer Science, and Management

DOI 10.23947/1992-5980

vestnik.donstu.ru

ВЕСТНИК
ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Т. 18, № 4

**Теоретический
и научно-практический журнал**

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
октябрь-декабрь 2018 г.

ISSN 1992-5980
eISSN 1992-6006
DOI: 10.23947/1992-5980

Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим группам научных специальностей:

01.02.00 Механика
05.02.00 Машиностроение и машиноведение
05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ), а также в международной базе EBSCO
Является членом Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Подписной индекс в каталоге «Роспечать» 35578

Над номером работали:
И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия)
Подписано в печать 28.12.2018.,
дата выхода в свет 30.12.2018.
Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman»
Печать цифровая. Усл. печ. л. 22,6.
Тираж 1000 экз.
Заказ № 29/12 Цена свободная.

Адрес учредителя, издателя и редакции:
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1,
тел. +7 (863) 2-738-372.
E-mail: vestnik@donstu.ru

http://vestnik.donstu.ru/



СОДЕРЖАНИЕ

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 350–361. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 350–361. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК:517.95, 519.6 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361

Построение и исследование корректности математической модели транспорта и осаждения взвесей с учетом изменения рельефа дна*

А. И. Сухинов[1], В. В. Сидорякина[2]**
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2] Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ), г. Таганрог, Российская Федерация

Development and correctness analysis of the mathematical model of transport and suspension sedimentation depending on bottom relief variation ***

A. I. Sukhinov[1], V. V. Sidoryakina[2]**
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] Taganrog Chekhov Institute, Rostov State University of Economics (RINH) branch, Taganrog, Russian Federation

Введение. Настоящая работа посвящена исследованию пространственно-трехмерной модели транспорта и осаждения взвеси в прибрежной зоне с учетом изменения рельефа дна. Модель учитывает следующие процессы: адвективный перенос, обусловленный движением водной среды, микротурбулентную диффузию и гравитационное осаждение частиц взвеси, а также изменение геометрии дна, вызванное осаждением частиц взвеси или подъемом частиц донных отложений.
Целью работы являлось проведение аналитического исследования корректности начально-краевой задачи, соответствующей построенной модели.
Материалы и методы. Изменение рельефа дна приводит к необходимости решать начально-краевую задачу для уравнения параболического типа с младшими производными в области, геометрия которой зависит от искомой функции решения, что приводит, в общем случае, к нелинейной постановке задачи. Выполнена линеаризация модели на временной сетке за счет «замораживания» рельефа дна в пределах одного шага по времени и последующего пересчета функции поверхности дна на основе изменившейся функции концентрации взвешенного вещества, а также возможного изменения вектора скорости движения водной среды.
Результаты исследования. Для линеаризованной задачи построен квадратичный функционал и энергетическим методом доказана единственность решения соответствующей начально-краевой задачи в пределах произвольного шага по времени. На основе преобразования квадратичного функционала получена априорная оценка нормы решения в функциональном пространстве L_2 в зависимости от интегральных оценок по времени правой части, граничных условий и начального условия, и, таким образом, доказана устойчивость решения исходной задачи при из-

Introduction. The paper is devoted to the study on the three-dimensional model of transport and suspension sedimentation in the coastal area due to changes in the bottom relief. The model considers the following processes: advective transfer caused by the aquatic medium motion, micro-turbulent diffusion, and gravity sedimentation of suspended particles, as well as the bottom geometry variation caused by the particle settling or bottom sediment rising. The work objective was to conduct an analytical study of the correctness of the initial-boundary value problem corresponding to the constructed model.
Materials and Methods. The change in the bottom relief aids in solution to the initial-boundary value problem for a parabolic equation with the lowest derivatives in a domain whose geometry depends on the desired function of the solution, which in general leads to a nonlinear formulation of the problem. The model is linearized on the time grid due to the “freezing” of the bottom relief within a single step in time and the subsequent recalculation of the bottom surface function on the basis of the changed function of the suspension concentration, as well as a possible change in the velocity vector of the aquatic medium.
Research Results. For the linearized problem, a quadratic functional is constructed, and the uniqueness of the solution to the corresponding initial boundary value problem is proved within the limits of an unspecified time step. On the basis of the quadratic functional transformation, we obtain a prior estimate of the solution norm in the functional space L2 as a function of the integral time estimates of the right side, and the initial condition. Thus, the stability of the solution to the initial

* Работа выполнена по теме № 2.6905.2017/БЧ в рамках госзадания Минобрнауки России в части НИР
** E-mail: sukhinov@gmail.com, cvv9@mail.ru
*** The research is done on theme no. 2.6905.2017/БЧ within the frame of the government task of RF Ministry of Education and Science in R&D.

менении начального и граничных условий, функции правой части.
Обсуждение и заключения. Модель может представлять ценность при прогнозе распространения загрязнений и изменения рельефа дна, как при антропогенном воздействии, так и в силу естественно протекающих природных процессов в прибрежной зоне.

problem from the change of the initial and boundary conditions, the right-hand side function, is established.
Discussion and Conclusions. The model can be of value for predicting the spread of contaminants and changes in the bottom topography, both under an anthropogenic impact and due to the natural processes in the coastal area.

Ключевые слова: прибрежные системы, математическая модель, задачи диффузии-конвекции осаждения взвешенного вещества, изменение рельефа дна, единственность решения и устойчивость начально-краевой задачи.

Keywords: coastal systems, mathematical model, diffusion-convection problems of suspension sedimentation, bottom relief change, uniqueness of solution, and stability of initial-boundary value problem.

Образец для цитирования: Сухинов, А. И. Построение и исследование корректности математической модели транспорта и осаждения взвесей с учетом изменения рельефа дна / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С.350−361. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361

For citation: A.I. Sukhinov, V.V. Sidoryakina.. Development and correctness analysis of the mathematical model of transport and suspension sedimentation depending on bottom relief variation. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp.350−361. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-350-361

Введение. Среди факторов, определяющих комплексное развитие исследований прибрежных территорий, большое значение принадлежит охране водной среды [1−2]. Устранение последствий естественных процессов, таких как загрязнение, заиление и истощение акваторий приводит к необходимости изучения всех аспектов, влияющих на изменение прибрежных акваторий. Поддержание водных объектов в надлежащем состоянии и своевременное вмешательство в режим его функционирования напрямую связано с увеличением портовых мощностей и обеспечением эффективного развития прибрежной инфраструктуры (обеспечение подхода к причалам судов с низкой посадкой, очистка от ила и водной растительности прибрежной полосы и пр.) [3−5]. Как правило, проведение исследований в данной области требует построения математических моделей, максимально приближенных к реальным процессам [6−11].

В работе рассматривается непрерывная математическая модель, описывающая пространственно-трехмерные процессы, связанные с транспортом и гравитационным осаждением взвесей в водной среде с изменяющимся рельефом дна. Эта модель учитывает микротурбулентую диффузию и адвективный перенос взвесей, действие на частицы взвеси силы тяжести, наличие дна и свободной поверхности, изменение рельефа дна. Модель транспорта взвеси позволяет проводить исследования гидрофизических процессов водных систем, осуществлять прогноз динамики изменения донной поверхности на основе описания процессов подъема, переноса, осаждения, изменения концентрации взвеси [12−13]. Доказана единственность решения соответствующей начально-краевой задачи и получена априорная оценка нормы решения в зависимости от интегральных оценок правой части, граничных условий и начального условия.

Материалы и методы. Непрерывная 3D модель диффузии-конвекции взвеси и соответствующая ей начально-краевая задача. Рассмотрим непрерывную математическую модель распространения взвеси в водной среде, учитывающую диффузию и конвекцию взвеси, действие на взвеси силы тяжести, наличие дна и свободной поверхности. Будем использовать прямоугольную декартовую систему координат $Oxyz$, где ось Ox проходит по невозмущенной водной поверхности и направлена в сторону моря, ось Oz направлена вертикально вниз. Пусть $h=H+\eta$ — общая глубина акватории, м; H— глубина при невозмущенной поверхности водоема, м; η — возвышение свободной поверхности относительно геоида (уровня моря), м (рис. 1).

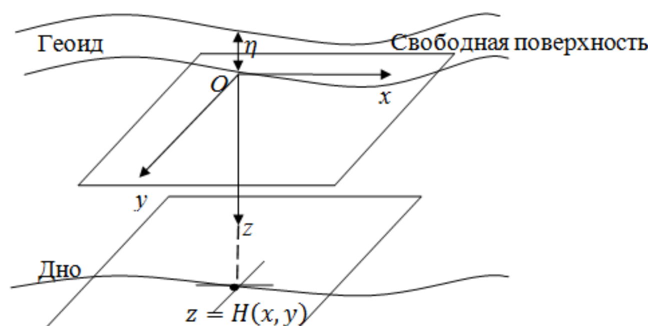


Рис. 1. Введение системы координат $Oxyz$

Механика

Пусть в замыкании области $\bar{G}=\{0\le x\le L_x,\ 0\le y\le L_y,\ 0\le z\le H(x,y)\}$ находятся частицы взвеси, которые в точке (x,y,z) и в момент времени t имеют концентрацию $c=c(x,y,z,t)$, мг/л; t — временная переменная, сек. Также далее будем использовать обозначение $L_z\equiv\max\limits_{0\le x\le L_x,\ 0\le y\le L_y}H(x,y)$.

Поведение частиц взвеси будет описано следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial c}{\partial t}+\dfrac{\partial(uc)}{\partial x}+\dfrac{\partial(vc)}{\partial y}+\dfrac{\partial\left((w+w_g)c\right)}{\partial z}=\mu_h\left(\dfrac{\partial^2 c}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 c}{\partial y^2}\right)+\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v\dfrac{\partial c}{\partial z}\right)+F,\\ \dfrac{\partial H}{\partial t}=-\dfrac{\varepsilon}{\rho}w_g c,\end{cases}\qquad(1)$$

где u, v, w — компоненты вектора $\vec{U}$ скорости движения жидкости, м/сек; w_g — гидравлическая крупность или скорость осаждения частиц, м/сек; μ_h, μ_v — коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии частиц соответственно, м^2/сек; F — мощность источников частиц; ε — пористость донных материалов.

Слагаемые в левой части (кроме производной по времени) первого уравнения системы (1) описывают адвективный перенос частиц, обусловленный инерционным движением водной среды, а также осаждение под действием силы тяжести. Слагаемые в правой части описывают диффузию взвеси. Коэффициент вертикальной диффузии выбран отличным от коэффициента горизонтальной диффузии в связи с тем, что эффект различия этих коэффициентов часто наблюдается в различных средах и может быть вызван различными факторами.

В качестве области G рассматриваем «скошенный» к берегу «параллелепипед» $ABCDA_1OC_1D_1$, верхнее основание $A_1OC_1D_1$ которого лежит на свободной поверхности $(z=0)$, а нижним основанием $ABCD$ является часть поверхности дна $(z=H(x,y))$. Пусть S — поверхность $\bar{G}$, $\vec{n}$ — внешняя нормаль к поверхности «скошенного параллелепипеда». Будем считать заданной $\overrightarrow{U^*}$ — скорость движения жидкости на боковых поверхностях $\bar{G}$. В совокупности с граничными условиями первого рода для функции концентрации частиц это позволяет определять потоки взвешенного вещества как по направлению к берегу, так и вдоль берега (рис. 2).

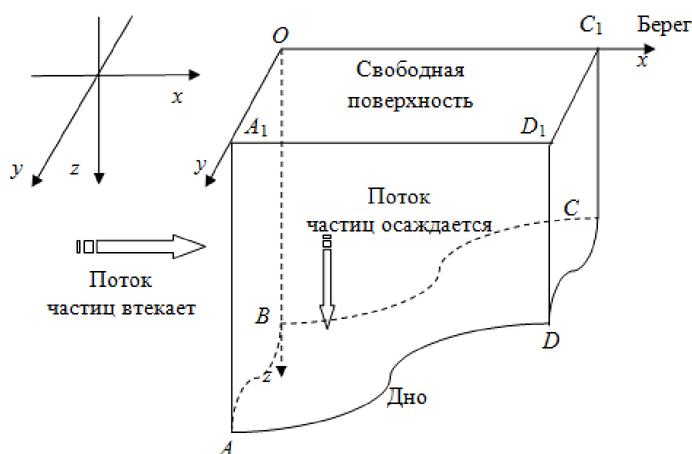


Рис. 2. Область решения задачи транспорта взвеси

Добавим к системе (1) начальные и граничные условия (предполагая, что осаждение частиц на дно необратимо).

В качестве начальных условий при времени $t=0$ принимаем

$$c(x,y,z,0)\equiv c_0(x,y,z);\qquad(2)$$

$$H(x,y,0)=H_0(x,y).\qquad(3)$$

Граничные условия задаем на гранях $ABCDA_1OC_1D_1$ (задаем потоки взвесей как по направлению к берегу, так и вдоль берега):

— на гранях $S_1\equiv AA_1OB\ (x=0,\ 0\le y\le L_y,\ \ 0\le z\le L_z)$, $S_2\equiv AA_1D_1D\ (y=L_y,\ 0\le x\le L_x,\ 0\le z\le L_z)$ и $S_3\equiv BOC_1C\ \ (y=0,\ 0\le x\le L_x,\ 0\le z\le L_z)$

$$c = c^*, \text{ где } c^* = c^*(x, y, z, t), \quad t \in [0, T]; \tag{4}$$

— на гранях $S_4 \equiv DD_1C_1C \ \left(x = L_x,\ 0 \le y \le L_y,\quad 0 \le z \le L_z\right)$ и $S_5 \equiv A_1OC_1D_1 \ \left(z = 0,\ 0 \le x \le L_x,\quad 0 \le y \le L_y\right)$

$$c = 0; \tag{5}$$

— на поверхности $S_6 \equiv ABCD \ \left(z = H(x, y, t),\ 0 \le x \le L_x,\quad 0 \le y \le L_y\right)$

$$\frac{\partial c}{\partial n} = -\frac{w_g}{\mu_v} c \text{ или } \frac{\partial c}{\partial z} = -\frac{w_g}{\mu_v} c. \tag{6}$$

Граничное условие (5) имеет место при относительно небольших уклонах дна:

$$\max_{S_6} \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial H}{\partial y}\right)^2} \ll 1.$$

Следующее условие невырожденности области решения задаем для всех (x, y, t) при которых поставлена начально-краевая задача:

$H(x, y, t) \ge h_0 \equiv const > 0, \qquad 0 \le t \le T. \qquad (7)$

При исследовании объединенных моделей транспорта наносов и взвесей возможно увеличение концентрации взвешенных частиц в придонном слое за счет подъема частиц донных отложений при превышении сдвигового напряжения некоторого критического значения [13−16]. Тогда вместо граничного условия (6) будем рассматривать граничное условие вида

$\frac{\partial c}{\partial z} = \alpha c, \quad \alpha = const > 0. \quad (8)$

Линеаризация начально-краевой задачи транспорта и осаждения взвесей. Для того чтобы создать линеаризованную модель на временном отрезке $0 \le t \le T$ построим равномерную сетку ω_τ с шагом τ, т. е. множество точек $\omega_\tau = \left\{t_n = n\tau,\ n = 0, 1, ..., N,\ N\tau = T\right\}$.

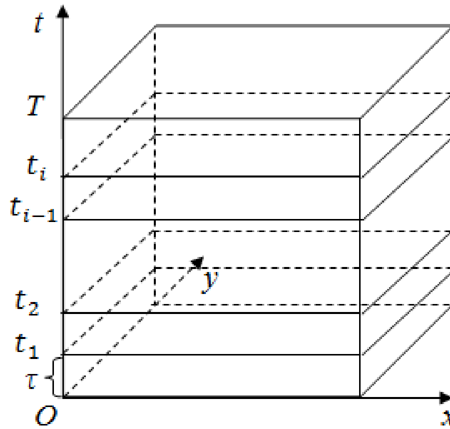


Рис. 3. Построение временной сетки

Функции $c^{(n)}(x, y, z, t_{n-1})$ и $H^{(n)}(x, y, t_{n-1})$ определяем на каждом шаге временной сетки ω_τ. Если $n = 1$, то в качестве $c^{(1)}(x, y, z, t_0)$, $H^{(1)}(x, y, t_0)$ достаточно взять функции начального условия, т. е. $c^{(1)}(x, y, z, 0) \equiv c_0(x, y, z)$, $H^{(1)}(x, y, t_0) \equiv H_0(x, y)$ соответственно. Если же $n = 2, ..., N$, то функции $c^{(n)}(x, y, z, t_{n-1}) = c^{(n-1)}(x, y, z, t_{n-1})$ предполагаются известными, поскольку предполагается решенной задача (1)−(6) для предыдущего временного промежутка $t_{n-2} < t \le t_{n-1}$.

Систему (1) на промежутке $t_{n-1} < t \le t_n$ запишем в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial c^{(n)}}{\partial t} + \dfrac{\partial\left(uc^{(n)}\right)}{\partial x} + \dfrac{\partial\left(vc^{(n)}\right)}{\partial y} + \dfrac{\partial\left(\left(w + w_g\right)c^{(n)}\right)}{\partial z} = \mu_h\left(\dfrac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial y^2}\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v \dfrac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right) + F, \\ \dfrac{\partial H^{(n)}}{\partial t} = -\dfrac{\varepsilon}{\rho} w_g c^{(n)} \end{cases} \tag{9}$$

Механика

и дополним ее начальными условиями:

$$c^{(1)}(x,y,z,t_0)=c_0(x,y,z), c^{(n)}(x,y,z,t_{n-1})=c^{(n-1)}(x,y,z,t_{n-1}), \quad n=2,...,N. \quad (10)$$

$$H^{(1)}(x,y,t_0)=H_0(x,y), H^{(n)}(x,y,t_{n-1})=H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}), \quad n=2,...,N. \quad (11)$$

Граничные условия (4)−(6) предполагаются выполненными для всех промежутков времени $t_{n-1}\le t\le t_n$.

Определив функцию $c^{(n)}(x,y,z,t_{n-1})=c^{(n-1)}(x,y,z,t_{n-1})$ на временном промежутке $t_{n-1}<t\le t_n$, можно найти функцию $H^{(n)}(x,y,t_{n-1})$. С этой целью проинтегрируем обе части второго уравнения системы (9) по переменной $t_{n-1}\le t\le t_n$. Получим

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n}\frac{\partial H^{(n)}}{\partial t}dt=-\frac{\varepsilon}{\rho}w_g\int_{t_{n-1}}^{t_n}c^{(n)}dt. \quad (12)$$

Из равенства (12) нетрудно получить

$$H^{(n)}=H^{(n-1)}-\frac{\varepsilon}{\rho}w_g\sum_{n=1}^{N}\int_{t_{n-1}}^{t_n}c^{(n)}dt. \quad (13)$$

Введем на каждом временном шаге $t_{n-1}\le t\le t_n$ область $G_{n-1}=\{0<x<L_x, 0<y<L_y, 0<z<H^{n-1}(x,y,t_{n-1})\}$.

Имеем цепочку линейных начально-краевых задач для каждого временного слоя, где для промежутка $t_{n-1}\le t\le t_n$ рассматривается система вида

$$\begin{cases}\dfrac{\partial c^{(n)}}{\partial t}+\dfrac{\partial\left(uc^{(n)}\right)}{\partial x}+\dfrac{\partial\left(vc^{(n)}\right)}{\partial y}+\dfrac{\partial\left(\left(w+w_g\right)c^{(n)}\right)}{\partial z}=\mu_h\left(\dfrac{\partial^2c^{(n)}}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2c^{(n)}}{\partial y^2}\right)+\dfrac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v\dfrac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)+F, & (14)\\ (x,y,z)\in G_{n-1}, \quad G_{n-1}=\{0<x<L_x,\ 0<y<L_y,\ 0<z<H^{n-1}(x,y,t_{n-1})\}, & \\ H^{(n)}=H^{(n-1)}-\dfrac{\varepsilon}{\rho}w_g\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\int_{t_{n-1}}^{t_n}c^{(n)}dt, \quad n=1,2,...,N. & (15)\end{cases}$$

с начальными условиями:

$$c^{(n)}(x,y,z,t_{n-1})=c^{(n-1)}(x,y,z,t_{n-1}), \quad (16)$$

$$H^{(n)}(x,y,t_{n-1})=H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}). \quad (17)$$

Отметим, что на каждом временном шаге граничные поверхности будут меняться (исключение грань S_5). Рассматривая временной промежуток $t_{n-1}\le t\le t_n$, осуществляем задание граничных условий на гранях области G_{n-1}:

— на гранях $S_{1,n-1}\left(x=0,\ 0\le y\le L_y,\quad 0\le z\le H^{(n-1)}(0,y,t_{n-1})\right)$ $S_{2,n-1}\left(y=L_y,\ 0\le x\le L_x,\ 0\le z\le H^{(n-1)}(x,L_y,t_{n-1})\right)$ и $S_{3,n-1}\left(y=0,\ 0\le x\le L_x,\ 0\le z\le H^{(n-1)}(x,0,t_{n-1})\right)$

$$c^{(n)}=c^*, \text{ где } c^*=c^*(x,y,z,t), \quad t\in[t_{n-1},t_n]; \quad (18)$$

— на гранях

$S_{4,n-1}\left(x=L_x,\ 0\le y\le L_y,\quad 0\le z\le H^{(n-1)}(L_x,y,t_{n-1})\right)$

и $S_{5,n-1}\left(z=0,\ 0\le x\le L_x,\quad 0\le y\le L_y\right)\equiv A_1OC_1D_1$

$$c^{(n)}=0; \quad (19)$$

— на поверхности $S_{6,n-1}\left(z=H^{(n-1)}(x,y,t_{n-1}),\ 0\le x\le L_x,\quad 0\le y\le L_y\right)$

$$\frac{\partial c^{(n)}}{\partial n}=-\frac{w_g}{\mu_v}c^{(n)} \text{ или } \frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}=-\frac{w_g}{\mu_v}c^{(n)}. \quad (20)$$

Граничное условие (8) заменится на следующее

$$\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}=\alpha c^{(n)}, \quad \alpha=const>0. \quad (21)$$

Таким образом, предполагается, что рельеф дна в пределах данного временного шага при расчете распределения концентраций взвешенного вещества не меняется и берется из предыдущего временного слоя. В первую очередь на данном временном шаге $t_{n-1} \le t \le t_n$ решается начально-краевая задача для уравнения конвекции-диффузии (14) с зафиксированной функцией рельефа дна $H^{(n-1)}$, а уже затем выполняется обновление (пересчет) функции рельефа $H^{(n)}$ в соответствии с равенством (15). Определение условий существования, единственности и непрерывной зависимости решения от входных данных задачи проводится на фиксированном временном слое в этих предположениях и при условии выполнения условия (7).

Авторы не планируют исследовать в данной работе существование решений начально-краевых задач (14)−(20) и (14)−(19), (21). Вопросы существования решений начально-краевых задач для уравнений параболического типа с младшими производными (уравнений диффузии-конвекции) рассмотрены, например, в монографиях [17−18].

Результаты исследования. Исследование единственности решения начально-краевой задачи транспорта взвеси.

Рассмотрим начально-краевую задачу (14)−(20), сформулированную для произвольного временного слоя $t_{n-1} < t \le t_n$.

Умножим левую и правую часть уравнения (14) на функцию $c^{(n)}$ и получим:

$$\frac{\partial c^{(n)}}{\partial t}+\frac{\partial\left(uc^{(n)}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(vc^{(n)}\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(\left(w+w_g\right)c^{(n)}\right)}{\partial z}=\mu_h c^{(n)}\left(\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial y^2}\right)+c^{(n)}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\nu\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)+c^{(n)}F\ .\tag{22}$$

Левая часть равенства (22) может быть преобразована следующим образом:

$$c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial t}+c^{(n)}\left(\frac{\partial\left(uc^{(n)}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(vc^{(n)}\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(\left(w+w_g\right)c^{(n)}\right)}{\partial z}\right)=\frac{1}{2}\frac{\partial\left(c^{(n)}\right)^2}{\partial t}+c^{(n)}div\left(c^{(n)}\vec{U}\right)= \\ =\frac{1}{2}\frac{\partial\left(c^{(n)}\right)^2}{\partial t}+\frac{1}{2}div\left(\left(c^{(n)}\right)^2\vec{U}\right)\quad ,\tag{23}$$

где $\vec{U}=\left\|u,v,w+w_g\right\|^T$.

С учетом (23) уравнение (22) запишется в виде

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\left(c^{(n)}\right)^2}{\partial t}+\frac{1}{2}div\left(\left(c^{(n)}\right)^2\vec{U}\right)=\mu_h c^{(n)}\left(\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial y^2}\right)+c^{(n)}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\nu\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)+c^{(n)}F\ .\tag{24}$$

Затем обе части уравнения (24) проинтегрируем по времени на интервале $t_{n-1} \le t \le t_n$ и, после этого — по пространственным переменным в области G_{n-1}. В первом слагаемом порядок интегрирования изменён в силу теоремы Фубини [19]. Получим

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\frac{1}{2}\left(\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\frac{\partial\left(c^{(n)}\right)^2}{\partial t}dt\right)dG_{n-1}+\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\frac{1}{2}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}div\left(\left(c^{(n)}\right)^2\vec{U}\right)dG_{n-1}\right)dt= \\ =\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}c^{(n)}\mu_h\left(\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial y^2}\right)dG_{n-1}\right)dt+\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}c^{(n)}\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_\nu\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)dG_{n-1}\right)dt+ \\ \int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}c^{(n)}FdG_{n-1}\right)dt.\tag{25}$$

Первое слагаемое из левой части равенства (25), очевидно, равно

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\frac{1}{2}\left(\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\frac{\partial\left(c^{(n)}\right)^2}{\partial t}dt\right)dG_{n-1}=\iiint\limits_{G_{n-1}}\frac{1}{2}\left(\left(c^{(n)}\right)^2\left(x,y,z,t_n\right)-\left(c^{(n)}\right)^2\left(x,y,z,t_{n-1}\right)\right)dG_{n-1}\ .\tag{26}$$

Далее обратимся к преобразованию второго слагаемого левой части равенства (25). С учетом формулы Остроградского-Гаусса и граничных условий (18)−(20) его можно записать в виде [20]:

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}} div\left(\left(c^{(n)}\right)^2\vec{U}\right)dG_{n-1}\right)dt=\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{1,n-1}}\left(c^*\right)^2\left(\overrightarrow{U^*},\vec{n}\right)dydz\right)dt+\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}c^2 w_g dxdy\right)dt+$$
$$+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{3,n-1}}\left(c^*\right)^2\left(\overrightarrow{U^*},\vec{n}\right)dxdz\right)dt+\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{2,n-1}}\left(c^*\right)^2\left(\overrightarrow{U^*},\vec{n}\right)dxdz\right)dt=-\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{1,n-1}}\left(c^*\right)^2 udydz\right)dt- \quad (27)$$
$$-\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{3,n-1}}\left(c^*\right)^2 vdxdz\right)dt+\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{2,n-1}}\left(c^*\right)^2 vdxdz\right)dt+\frac{1}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2 w_g dxdy\right)dt.$$

где $\overrightarrow{U^*}$ — известная скорость водной среды на гранях, где заданы граничные условия первого рода; фактически это все боковые грани, кроме $S_{4,n-1}$ и верхней крышки $S_{5,n-1}$, на которых концентрация взвеси равна нулю, потому и потоки через них равны нулю.

Обратимся к преобразованию правой части равенства (25). Имеет место равенство

$$\iiint_{G_{n-1}}\left[c^{(n)}\left(\mu_h\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)+\mu_h\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)\right)\right]dG_{n-1}=$$
$$=\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\frac{\partial}{\partial x}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)+\mu_h\frac{\partial}{\partial y}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(c^{(n)}\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)\right]dG_{n-1}- \quad (28)$$
$$-\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)^2\right]dG_{n-1}.$$

Пусть $\vec{Q}=\left\{Q_x,Q_y,Q_z\right\}=\left\{\mu_h c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x},\mu_h c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y},c^{(n)}\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right\}$. Тогда в силу теоремы Остроградского-Гаусса имеем:

$$\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\frac{\partial}{\partial x}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)+\mu_h\frac{\partial}{\partial y}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(c^{(n)}\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)\right]dG_{n-1}=\iiint_{G_{n-1}} div\vec{Q}dG=$$
$$=\iint_{S_{2,n-1}}Q_y dxdz+\iint_{S_{4,n-1}}Q_x dydz+\iint_{S_{3,n-1}}Q_y dxdz+\iint_{S_{1,n-1}}Q_x dydz+\iint_{S_{6,n-1}}Q_z dxdy+\iint_{S_{5,n-1}}Q_z dxdy= \quad (29)$$
$$=\iint_{S_{2,n-1}}Q_y dxdz+\iint_{S_{3,n-1}}Q_y dxdz+\iint_{S_{1,n-1}}Q_x dydz+\iint_{S_{6,n-1}}Q_z dxdy.$$

Преобразуя каждое слагаемое из правой части (29) с учетом условий на границе (18)−(20), получаем

$$\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\frac{\partial}{\partial x}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)+\mu_h\frac{\partial}{\partial y}\left(c^{(n)}\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(c^{(n)}\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)\right]dG_{n-1}=$$
$$=\iint_{S_{2,n-1}}c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}dxdz+\iint_{S_{3,n-1\,1}}c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}dxdz+\iint_{S_{1,n-1}}c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial x}dydz-\iint_{S_{6,n-1}}w_g\left(c^{(n)}\right)^2 dxdy. \quad (30)$$

С учетом (26), (28), (29) и (30) равенство (25) принимает вид

$$\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2(x,y,z,t_n)dG_{n-1}-\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{1,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2 u+c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial x}\right)dydz\right)dt-$$
$$-\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{3,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2 v+c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}\right)dxdz\right)dt+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{2,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2 v-c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}\right)dxdz\right)dt+$$
$$+\frac{3}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}w_g\left(c^{(n)}\right)^2 dxdy\right)dt+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left[\iiint_{G_{n-1}}\left(\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)^2\right)dG_{n-1}\right]dt= \quad (31)$$
$$=\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2(x,y,z,t_{n-1})dG_{n-1}+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint_{G_{n-1}}c^{(n)}FdG_{n-1}\right)dt.$$

Тождество (31) будет основным при исследовании единственности и получения априорной оценки нормы решения начально-краевой задачи (14)−(20). В случае замены граничного условия (20) на граничное условие (21), квадратичный функционал (31) изменяется следующим образом:

$$\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2(x,y,z,t_n)\,dG_{n-1}-\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{1,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2u+c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial x}\right)dydz\right)dt-$$
$$-\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{3,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2v+c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}\right)dxdz\right)dt+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{2,n-1}}\left(\frac{1}{2}\left(c^*\right)^2v-c^*\mu_h\frac{\partial c^*}{\partial y}\right)dxdz\right)dt+$$
$$+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}\left(\frac{1}{2}w_g-\alpha\mu_v\right)\left(c^{(n)}\right)^2dxdy\right)dt+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left[\iiint_{G_{n-1}}\left(\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)^2\right)dG_{n-1}\right]dt= \quad (32)$$
$$=\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2(x,y,z,t_{n-1})\,dG_{n-1}+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint_{G_{n-1}}c^{(n)}F\,dG_{n-1}\right)dt.$$

Предположим, что уравнению (14) с одними и теми же условиями (16)−(20) удовлетворяют два различных решения задачи $c_1=c_1(x,y,z,t)$, $c_2=c_2(x,y,z,t)$. Для их разности $\tilde{c}=c_1-c_2$ справедлива следующая начально-краевая задача:

$$\frac{\partial\tilde{c}}{\partial t}+\frac{\partial(u\tilde{c})}{\partial x}+\frac{\partial(v\tilde{c})}{\partial y}+\frac{\partial((w+w_g)\tilde{c})}{\partial z}=\mu_h\left(\frac{\partial^2\tilde{c}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\tilde{c}}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}\right), \quad (33)$$

$$\tilde{c}(x,y,z,0)=0,\ \ (x,y,z)\in\overline{G}_{n-1}, \quad (34)$$

— на гранях $S_{1,n-1}$, $S_{2,n-1}$, $S_{3,n-1}$, $S_{4,n-1}$, $S_{5,n-1}$

$$\tilde{c}=c^*-c^*=0; \quad (35)$$

— на поверхности $S_{6,n-1}$

$$\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}=-\frac{w_g}{\mu_v}(c_1-c_2)=-\frac{w_g}{\mu_v}\tilde{c}. \quad (36)$$

Для функции $\tilde{c}$ равенство (33) примет вид с учетом равенств (34)−(36)

$$\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\tilde{c}^2(x,y,z,t_n)\,dG_{n-1}+\frac{3}{2}\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}w_g\tilde{c}^2dxdy\right)dt+$$
$$+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left[\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}\right)^2\right]dG_{n-1}\right]dt=0. \quad (37)$$

Поскольку $w_g>0$ и другие известные величины под знаком интегралов положительны $\mu_h>0$, $\mu_v>0$ то равенство (36) выполняется лишь при условии

$$\tilde{c}(x,y,z,t)\equiv 0,\quad (x,y,z)\in G_{n-1},\quad t_{n-1}<t\le t_n, \quad (38)$$

что и завершает доказательство единственности решения начально-краевой задачи (14)−(20).

В случае замены граничного условия (20) на соотношение (21) получаем вместо выражения (37) равенство вида

$$\frac{1}{2}\iiint_{G_{n-1}}\tilde{c}^2(x,y,z,t_n)\,dG_{n-1}+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint_{S_{6,n-1}}\left(\frac{1}{2}w_g-\alpha\mu_v\right)\tilde{c}^2dxdy\right)dt+$$
$$+\int_{t_{n-1}}^{t_n}\left[\iiint_{G_{n-1}}\left[\mu_h\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial\tilde{c}}{\partial z}\right)^2\right]dG_{n-1}\right]dt=0. \quad (39)$$

Потребуем выполнения неравенства

$$\frac{1}{2}w_g-\alpha\mu_v\ge 0,\quad (x,y,z)\in S_{6,n-1},\quad t_{n-1}<t\le t_n$$

или

$$\alpha\le\frac{w_g}{2\mu_v},\quad (x,y,z)\in S_{6,n-1},\quad t_{n-1}<t\le t_n, \quad (40)$$

тогда все слагаемые в равенстве (39) неотрицательны и равенство нулю возможно тогда и только тогда, когда $\tilde{c}(x,y,z,t)\equiv 0,\quad (x,y,z)\in G_{n-1},\quad t_{n-1}<t\le t_n,$ что и означает единственность решения и в этом случае.

Рассуждения аналогичным образом повторяются для всех слоев временной сетки ω_τ. Изменение граничных условий, связанное с непрерывным изменением рельефа дна в зависимости от временной переменной требует дополнительного исследования и выходит за рамки данной статьи.

Теорема. Пусть дана система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial c^{(n)}}{\partial t}+\frac{\partial\left(uc^{(n)}\right)}{\partial x}+\frac{\partial\left(vc^{(n)}\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(\left(w+w_g\right)c^{(n)}\right)}{\partial z}=\mu_h\left(\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 c^{(n)}}{\partial y^2}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_v\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)+F, \\ \left(x,y,z\right)\in G_{n-1}\ ,\quad G_{n-1}=\left\{0<x<L_x,\,0<y<L_y,\,0<z<H^{n-1}\left(x,y,t_{n-1}\right)\right\}, \\ H^{(n)}=H^{(n-1)}-\frac{\varepsilon}{\rho}w_g\sum_{n=1}^{N}\int_{t_{n-1}}^{t_n}c^{(n)}dt,\quad n=1,2,...,N \end{cases}$$

в односвязной области $\Omega_{n-1}=G_{n-1}\times\left(t_{n-1}<t<t_n\right),\ \ G_{n-1}=\left(0<x<L_x,0<y<L_y,0<z<H^{(n-1)}\left(x,y,t_{n-1}\right)\right),$ с достаточно гладкой границей, определяемой гладкостью функции $z=H^{(n-1)}\left(x,y\right),\ \ 0\le x\le L_x,\ \ 0\le y\le L_y$ с начальными и граничными условиями (16)‒(20). Пусть функции решения $c^{(n)}\left(x,y,z,t_{n-1}\right)$, вектора скорости водной среды $\left\|u,v,w+w_g\right\|^T$, начального условия $c^{(n-1)}\left(x,y,z,t_{n-1}\right)$, правой части $F\left(x,y,z,t\right)$, граничного условия $c^*\left(x,y,z,t\right)$, коэффициента вертикального турбулентного обмена $\mu_v=\mu_v\left(z\right),\left(x,y,z\right)\in G_{n-1}$ удовлетворяют следующим условиям гладкости: $c^{(n)}\left(x,y,z,t_{n-1}\right)\in C^2\left(\Omega_{n-1}\right)\cap C\left(\bar\Omega_{n-1}\right)$, $grad\,c^{(n)}\in C\left(\bar\Omega_{n-1}\right)$, $\left\|u,v,w+w_g\right\|^T\in C^1\left(\Omega_{n-1}\right)\cap C\left(\bar\Omega_{n-1}\right)$, $c^{(n-1)}\left(x,y,z,t_{n-1}\right)\in C\left(\bar G_{n-1}\right)$, $F\left(x,y,z,t\right)\in C\left(\Omega_{n-1}\right)$, $\mu_v\left(x,y,z\right)\in C^1\left(G_{n-1}\right)\cap C\left(\bar G_{n-1}\right)$, $c^*\left(x,y,z,t\right)\in C\left(S_{n-1}\right)\times\left[t_{n-1}\le t\le t_n\right]$, $S_{n-1}=\bar G_{n-1}\setminus G_{n-1}$, $\frac{\partial c^*}{\partial n}\in C\left(\left(0\le x\le L_x,\ \ 0\le y\le L_y,\ \ z=H^{(n-1)}\left(x,y\right)\right)\times\left[t_{n-1}\le t\le t_n\right]\right)$, а также условиям согласованности граничных и начальных условий $c^*\left(x,y,z,0\right)=c_0\left(x,y,z\right)$, $\left(x,y,z\right)\in S_{n-1}\setminus\left(0<x<L_x,0<y<L_y,\ \ z=H^{(n-1)}\left(x,y\right)\right)$, $\frac{\partial c_0}{\partial z}=-\frac{\mu_v}{w_g}c^*,\quad \left(0<x<L_x,0<y<L_y,\ \ z=H^{(n-1)}\left(x,y\right)\right)$, тогда решение данной задачи существует и единственно.

Замечание. В случае замены граничного условия (20) на граничное условие (21), в качестве достаточного условия выполнения предыдущей теоремы следует добавить неравенство (40).

Исследование непрерывной зависимости решений начально-краевой задачи транспорта взвеси от начальных, граничных условий и функции правой части. Следующий этап связан с исследованием непрерывной зависимости решения от функций правой части, граничных и начальных условий для системы (14)–(15).

Будем предполагать, что

$$\begin{gathered} c^*\ge c_0^*\equiv const>0, \\ 0\le x\le L_x,\ 0\le y\le L_y,\ 0<z<H^{(n)}\left(x,y,t_{n-1}\right),\ t_{n-1}\le t\le t_n. \end{gathered}\tag{41}$$

Введем для удобства обозначения: объединение всех частей боковой цилиндрической поверхности (границы области G_{n-1}) обозначим как $S_{c,n-1}$, а нижнее основание области G_{n-1} – $S_{b,n-1}$. В силу условий гладкости, перечисленных в условиях вышеупомянутой теоремы, достигаются экстремумы функций на ограниченных замкнутых множествах:

$$\begin{gathered} M_{1,n-1}\equiv\max_{\Omega_{n-1}}\left\{\left|c^{(n)}\right|\right\},\quad M_{2,n-1}\equiv\max_{S_{n-1}}\left\{\left|\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right|,\left|\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right|\right\}, \\ M_{3,n-1}\equiv\max_{S_{c,n-1}}\left\{\mu_h\right\},\quad M_{4,n-1}\equiv\max_{S_{c,n-1}\times\left[t_{n-1}\le t\le t_n\right]}\left\{\left|u\right|,\left|v\right|\right\},\quad M_{5,n-1}\equiv\min_{\bar G_{n-1}}\left\{\mu_h,\mu_v\right\}. \end{gathered}\tag{42}$$

Будем ориентироваться на уравнение (31), если используется граничное условие (20), и равенство (32) — в случае граничного условия (21). Привлекая неравенство Фридрихса, имеем цепочку неравенств:

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)^2+\mu_h\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)^2+\mu_v\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)^2\right)dG_{n-1}\ge$$
$$\ge\min_{G_{n-1}}\{\mu_h,\mu_v\}\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial c^{(n)}}{\partial z}\right)^2\right)dG_{n-1}\ge \quad (43)$$
$$\ge M_{5,n-1}\left(\pi^2\left(\frac{1}{L_x{}^2}+\frac{1}{L_y{}^2}+\frac{1}{\left(H^{(n-1)}\right)^2}\right)\right)\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2dG_{n-1}.$$

Обратимся к уравнению (26), из которого в силу (42) и (43) получим неравенство:

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2dG_{n-1}+2M_{5,n-1}\left(\pi^2\left(\frac{1}{L_x{}^2}+\frac{1}{L_y{}^2}+\frac{1}{\left(H^{(n-1)}\right)^2}\right)\right)\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2dG_{n-1}\right)dt+$$
$$+3\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{b,n-1}}w_g\left(c^{(n)}\right)^2dxdy\right)dt\le\iiint\limits_{G_{n-1}}c_0{}^2dG_{n-1}+M_{4,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left(c^*\right)^2dS_{n-1}\right)dt+ \quad (44)$$
$$+2M_{2,n-1}M_{3,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left|c^*\right|dS_{n-1}\right)dt+2M_{1,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}|F|\,dG_{n-1}\right)dt.$$

Из неравенства (44) следуют два неравенства

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2dG_{n-1}\le\iiint\limits_{G_{n-1}}c_0{}^2dG_{n-1}+M_{4,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left(c^*\right)^2dS_{n-1}\right)dt+$$
$$+2M_{2,n-1}M_{3,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left|c^*\right|dS_{n-1}\right)dt+2M_1\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}|F|\,dG_{n-1}\right)dt. \quad (45)$$

и

$$\iiint\limits_{G_{n-1}}\left(c^{(n)}\right)^2dG_{n-1}\le M_{6,n-1}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}c_0{}^2dG_{n-1}+\right.$$
$$\left.+M_{4,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left(c^*\right)^2dS_{n-1}\right)dt+2M_{2,n-1}M_{3,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iint\limits_{S_{c,n-1}}\left|c^*\right|dS_{n-1}\right)dt+2M_{1,n-1}\int\limits_{t_{n-1}}^{t_n}\left(\iiint\limits_{G_{n-1}}|F|\,dG_{n-1}\right)dt\right). \quad (46)$$

где $M_{6,n-1}=\frac{1}{2M_{5,n-1}}\left(\pi^2\left(\frac{1}{L_x{}^2}+\frac{1}{L_y{}^2}+\frac{1}{\left(H^{(n-1)}\right)^2}\right)\right)^{-1}$.

Из полученных неравенств следует непрерывная зависимость (устойчивость) решения задачи (14)−(20) от функций: начального условия, граничных условий и правой части, в норме L_2 для любого момента времени $0<T<+\infty$, а также в интегральной по времени норме L_2.

Очевидно, что при выполнении неравенства (45) и условий теоремы начально-краевая задача (14)−(19), (20) также будет иметь решение, непрерывным образом зависящее от функций: начального условия, граничных условий и правой части в соответствующих нормах.

Обсуждение и заключения. Новизна предложенной нестационарной пространственно-трехмерной математической модели транспорта взвесей состоит в том, что наряду с учетом процессов адвективного переноса, микротурбулентной диффузии и гравитационного осаждения частиц взвеси модель описывает изменение геометрии дна, вызванное осаждением частиц взвеси или подъемом частиц донных отложений. Выполнена линеаризация соответствующей начально-краевой задачи на временной сетке и получены для произвольного временного шага $t_{n-1}\le t\le t_n$ условия единственности решения начально-краевой задачи и непрерывной зависимости от входных данных — от функций начального условия, граничных условий и правой части в норме гильбертова пространства L_2 в интегральной по времени норме L_2 для двух вариантов граничных условий.

Библиографический список

1. Прибрежная динамика : волны, течения потоки наносов / И. О. Леонтьев [и др.]; под ред. И. О. Леонтьева. — Москва : ГЕОС, 2001. — 272 с.

2. Природные катастрофы в Азово-Черноморском бассейне в начале XXI века / Г. Г. Матишов [и др.]. — Ростов-на-Дону : изд-во ЮНЦ РАН, 2017. — 160 с.

3. Петров, П. Г. Движение сыпучей среды в придонном слое жидкости / П. Г. Петров // Прикладная механика и техническая физика. — 1991. — Т. 32, № 5. — С. 72–75.

4. Barnard, P.L. A multi-discipline approach for understanding sediment transport and geomorphic evolution in an estuarine-coastal system—San Francisco Bay / P.L. Barnard, B.E. Jaffe, and D.H. Schoellhamer // Marine Geology. Marine Geology. – 2013. Vol. 345. P. 1–2. DOI: https://doi.org/10.1016/j.margeo.2013.09.010

5. Xiaoying, L. Predictive modeling in sediment transportation across multiple spatial scales in the Jialing River Basin of China / L. Xiaoying, Q. Shi, H. Yuan, C. Yuehong, D. Pengfei // International Journal of Sediment Research. – 2015. – Vol. 30, iss. 3. – P. 250–255.

6. Lusher, A.L. Occurrence of microplastics in gastrointestinal tract of pelagic and demersal fish from the English channel / A.L. Lusher, M. McHugh, R.C. Thompson // Marine Pollution Bulletin. – 2013. – Vol. 67. – P. 94-99.

7. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации / Г. И. Марчук [и др.]. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1987. — 296 с.

8. Беликов, В. В. Математическая модель транспорта наносов для расчета заносимости дноуглубительных прорезей и русловых карьеров / В. В. Беликов, Н. М. Борисова, Г. Л. Гладков // Журнал университета водных коммуникаций. — 2010.— Т. 2.— С. 105–113.

9. Sanne, L.N. Modelling of sand dunes in steady and tidal flow / L.N Sanne // Denmark: Technical University of Copenhagen. – 2003. – 185 p.

10. Ballent, A. Modelled transport of benthic marine microplastic pollution in the Nazaré Canyon / A. Ballent, S. Pando, A. Purser, M. Juliano, L. Thomsen// Biogeosciences. – 2013. – Vol. 10. – P. 7957-7970. https://doi.org/10.5194/bg-10-7957-2013

11. Miles, J. Wave shape effects on sediment transport / J. Miles, J. // J. Coastal Res. – 2013. – Vol. 2, iss. 65. – P. 1803–1808. DOI: https://doi.org/10.2112/SI65-305.1

12. Попков, В. И. Структурные особенности и генезис дислокаций дна Азовского моря / В. И. Попков // Геология, география и глобальная энергия. — 2008. — № 1. — С. 77–90.

13. Сидорякина, В. В. Исследование корректности и численная реализация линеаризованной двумерной задачи транспорта наносов / В. В. Сидорякина, А. И. Сухинов // Журнал вычислительной матем. и матем. физ. — 2017. — Т. 57, № 6.— С. 985–1002. — DOI: https://doi.org/10.7868/S0044466917060138

14. Сухинов, А. И. О сходимости решения линеаризованной последовательности задач к решению нелинейной задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, № 11. — С. 19–39. http://mi.mathnet.ru/mm3905

15. Сухинов, А. И. Достаточные условия сходимости положительных решений линеаризованной двумерной задачи транспорта наносов / А. И. Сухинов, В. В. Сидорякина, А. А. Сухинов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 1. — С. 5–17. DOI: https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-1-5-17

16. Sukhinov, A.A. 3D Model of Diffusion-Advection-Aggregation Suspensions in Water Basins and Its Parallel Realization / A.A. Sukhinov, A.I. Sukhinov // Parallel Computational Fluid Dynamics, Mutidisciplinary Applications, Proceedings of Parallel CFD 2004 Conference, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, ELSEVIER, Amsterdam-Berlin-London-New York-Tokyo. – 2005. – P. 223-230. DOI: https://doi.org/10.1016/B978-044452024-1/50029-4

17. Protter, M.H. Maximum Principles in Differential Equation / M.H. Protter, H.F. Weinberger // Springer-Verlag New York, Inc. – 1984. – 276 p. DOI https://doi.org/10.1007/978-1-4612-5282-5

18. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа / О. А. Ладыженская [и др.]. — Москва : Наука, 1967. — 736 с.

19. Уравнения математической физики / В. С. Владимиров [и др.]. — Москва : Наука, 1981.— 512 с.

20. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонова [и др.]. — Москва : Наука, 1977. — 735 с.

Поступила в редакцию 18.06 .2018
Сдана в редакцию 19.06.2018
Запланирована в номер 05.09.2018

Received 18.06 .2018
Submitted 19.06.2018
Scheduled in the issue 05.09.2018

Об авторах:

Сухинов Александр Иванович,
заведующий кафедрой «Математика и информатика» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
доктор физико-математических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5825-1523
ScopusAuthorID: 8573972700,
WoSResearcherID: I-1091-2016,
sukhinov@gmail.com

Сидорякина Валентина Владимировна,
заведующая кафедрой «Математика» Таганрогского института имени А.П. Чехова (филиал) РГЭУ (РИНХ), (РФ, 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48),
кандидат физико-математических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7744-015X
cvv9@mail.ru

Authors:

Sukhinov, Alexander I.,
head of the Mathematics and Computer Sciences Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),
Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5825-1523
ScopusAuthorID: 8573972700,
WoSResearcherID: I-1091-2016,
sukhinov@gmail.com

Sidoryakina,Valentina V.,
head of the Mathematics Department, Taganrog Chekhov Institute, Rostov State University of Economics (RINH) branch, (48, Initsiativnaya St., Taganrog, 347936, RF),
Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,
https://orcid.org/0000-0001-7744-015X
cvv9@mail.ru

МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 533.6, 624.046.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-362-378

Численное моделирование поперечного обтекания пролетных строений балочных мостов*

Ю. А. Гостеев[1], А. Д. Обуховский[2], С. Д. Саленко[3]**
[1,2,3] Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

Numerical simulation of the transverse flow over spans of girder bridges ***

Yu. A. Gosteev[1], A. D. Obukhovskiy[2], S. D. Salenko[3]**
[1,2,3] Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

Введение. Верифицирована методика численного моделирования поперечного обтекания пролетных строений мостов на основе нестационарного решения Рейнольдса для уравнений Навье — Стокса (URANS, Unsteady Reynolds-averaged Navier — Stokes). Данный двумерный подход используется в современных методах и пакетах прикладных программ вычислительной гидроаэродинамики. Цели работы — отладка и экспериментальное обоснование указанной методики. Для реализации поставленной цели использована ранее разработанная авторами база данных по аэродинамическим характеристикам поперечных сечений пролетных строений балочных мостов типовых форм.
Материалы и методы. Проведено численное моделирование поперечного обтекания мостовых строений низкотурбулентными (гладкими) и турбулентными воздушными потоками в диапазоне практически интересных углов атаки. В итоге использовалась модель турбулентности SST $k-\omega$. Методика предварительно отработана на тестовой задаче обтекания балок прямоугольного поперечного сечения. Расчеты проводились с помощью лицензионного программного комплекса ANSYS.
Результаты исследования. Показано, каким образом угол атаки определяет силы (подъемную и лобового сопротивления) и момент поперечных сечений балочных мостов типовых форм. Полученные расчетные зависимости относятся к пролетным строениям на стадиях монтажа (без плиты перекрытия и ограждений, без ограждений) и эксплуатации в условиях модельных набегающих потоков — гладкого и турбулентного. Это позволяет очертить границы для более взвешенных оценок аэродинамических характеристик балочных мостов в реальном ветровом потоке. Лобовое сопротивление сечению демонстрирует наилучшее согласование с опытными данными. Величина подъемной силы более чувствительна к наличию и протяженности отрывных зон, поэтому ее расчетное определение менее точно. Наиболее проблемным для большинства конфигураций является воспроизведение влияния угла атаки на аэродинамический момент сечения.

Introduction. The technique of numerical modeling of the transverse flow over span structures of bridges on the basis of the two-dimensional URANS (Unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes) approach used in the modern methods and software packages for computational fluid dynamics is verified. The work objective was debugging and experimental substantiation of this technique with the use of the database on the aerodynamic characteristics of the cross-sections of span structures of girder bridges of standard shapes pre-developed by the authors.
Materials and Methods. A numerical simulation of the transverse flow of low-turbulent (smooth) and turbulent air flows around the bridge structures in a range of practically interesting attack angles is carried out. SST $k-\omega$ turbulence model was used as the closing one. The technique was preliminarily tested on the check problem for the flow of the rectangular cross-section beams. Calculations were carried out using the licensed ANSYS software.
Research Results. The calculated dependences on the attack angle of the aerodynamic coefficients of forces (drag and lift) and the moment of the cross sections of the girder bridges of standard shapes are obtained. These data refer to the span structures at the construction phase (without deck and parapets, without parapets) and operation phase, under the conditions of model smooth and turbulent incoming flow. The latter allows us to outline the boundaries for more weighted estimates of the aerodynamic characteristics of the girder bridges in a real wind current. The best agreement with the experimental data was obtained from the drag of the cross-section. The magnitude of the lifting force is more sensitive to the presence and extent of the separation regions, so its numerical determination is less accurate. The reproduction of the angle-of-attack effect on the aerodynamic moment of the cross-section is the most challenging for the majority of configurations.

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail:gosteev@corp.nstu.ru, obuxovskij@corp.nstu.ru, salenkosd@yandex.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

Обсуждение и заключения. Сравнение расчетных и опытных данных свидетельствует о применимости URANS-подхода к оперативному предсказанию аэродинамических характеристик однобалочных пролетных строений. Если же речь идет о многобалочных пролетных строениях, существенную роль играет аэродинамическая интерференция между отдельными балками. В этом случае вместо URANS-подхода следует применять более точные вихреразрешающие методы. Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях аэродинамики сооружений и в практике проектных организаций в сфере транспортного строительства.

Discussion and Conclusions. Comparison of the calculated and experimental data indicates the applicability of the URANS approach to the operational prediction of the aerodynamic characteristics of the single-beam span structures. In the case of multi-beam span structures, where the aerodynamic interference between separate girders plays an important role, the URANS approach must apparently give way to more accurate eddy-resolving methods. The results obtained can be used in the aerodynamic analysis of structures and in practice of the relevant design organizations in the field of transport construction.

Ключевые слова: механика жидкости, газа и плазмы; математическое моделирование; вычислительная гидроаэродинамика; URANS-подход; пролетные строения мостов; аэродинамические характеристики.

Keywords: mechanics of fluid, gas and plasma; mathematical simulation; computational aerohydrodynamics, URANS approach, bridge spans, aerodynamic characteristics.

Образец для цитирования: Гостеев, Ю. А. Численное моделирование поперечного обтекания пролетных строений балочных мостов / Ю. А. Гостеев, А. Д. Обуховский, С. Д. Саленко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 362-378. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-362-378

For citation: Yu.A. Gosteev, A.D. Obukhovskiy, S.D. Salenko. Numerical simulation of the transverse flow over spans of girder bridges. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 362-378. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-362-378

Введение. Известно, что обтекание ветром инженерных сооружений носит, как правило, нестационарный турбулентный характер, в потоке наблюдаются разномасштабные вихревые структуры [1, 2]. Вблизи плохообтекаемых тел (к которым, в частности, относятся пролетные строения мостов) возникают нестационарные отрывные зоны [3]. В связи с этим адекватное моделирование эффектов турбулентности становится важным требованием к методике вычислительного эксперимента.

Для оценки аэродинамики сооружений используется моделирование крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) и гибридное описании потока (Detached Eddy Simulation, DES). Однако применение указанных методов осложнено их повышенной ресурсоемкостью, причины которой:

— трехмерность задачи;
— высокие требования к плотности расчетной сетки в пристеночной области и в области «фокуса» [4];
— ограничения на шаг интегрирования по времени;
— относительно большая длительность временного «окна» для сбора нестационарной статистики в установившемся режиме.

В то же время известно [5], что для цилиндрических призм, близких по форме к балочным мостовым пролетным строениям, двумерный подход воспроизводит основные свойства течения (первичная неустойчивая мода в следе за телом существенно двумерна). Так, в работе [6] выполнен POD-анализ (Proper Orthogonal Decomposition — истинное ортогональное разложение) течения вблизи призмы с относительной шириной сечения $B/H=5$ (H — высота сечения). В результате установлено, что 1-я и 2-я моды возмущений двумерны (постоянны по пролету) и соответствуют переносу вихрей вдоль поверхности. Трехмерные моды изменяются по пролету на характерной длине, которая не меньше ширины сечения B.

Для оперативного предсказания аэродинамических характеристик (АДХ) мостовых сооружений и сопровождения продувок в аэродинамической трубе авторы настоящей работы использовали нестационарное двумерное моделирование на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса (URANS-подход, Unsteady Reynolds-averaged Navier — Stokes). Его применимость к определению АДХ плохообтекаемых тел (неподвижных и колеблющихся) изучалась в ряде работ зарубежных авторов (см., например, [7]).

Материалы и методы. При постановке компьютерных экспериментов учитывались приведенные в [8–10] рекомендации. Расчеты проводились в программе Fluent комплекса ANSYS.

Предварительно методика была отработана на тестовой задаче обтекания балок прямоугольного поперечного сечения. В итоге для описания турбулентности потока была выбрана модель переноса сдвиговых напряжений (Shear Stress Transport, SST) k — ω, подобраны параметры сетки и численного алгоритма.

Протяженность прямоугольной расчетной области в продольном направлении — $(30\ldots40)H$, в поперечном — $(14\ldots20)H$. Передняя грань обтекаемого тела отстояла от входной границы на $(8\ldots12)H$.

Использовались низкорейнольдсовые сетки (безразмерное расстояние первого узла до стенки $y^+ \leq 4\ldots5$), позволяющие рассчитывать отрыв и присоединение пограничного слоя. Ввиду сложности контуров обтекаемых тел строились многоблочные сетки. Внутренний, охватывающий тело, блок состоял из четырехугольных элементов, плотность которых ближе к поверхности тела увеличивалась. Непосредственно у стенки создавался слой со структурированной ортогональной четырехугольной сеткой. Область следа покрывалась сеткой из квадратных ячеек размером не более $H/15\ldots H/10$. К внешним границам размер ячеек возрастал до $H/4\ldots H/3$. На периметр сечения в зависимости от его формы приходилось порядка $10^2\ldots10^3$ ячеек. Общее количество ячеек варьировалось от 40–50 тысяч (для сечений простых форм) до 250–300 тысяч (для сложных). Пример расчетной сетки возле балки трапециевидного сечения с перекрытием и ограждениями приведен на рис 1.

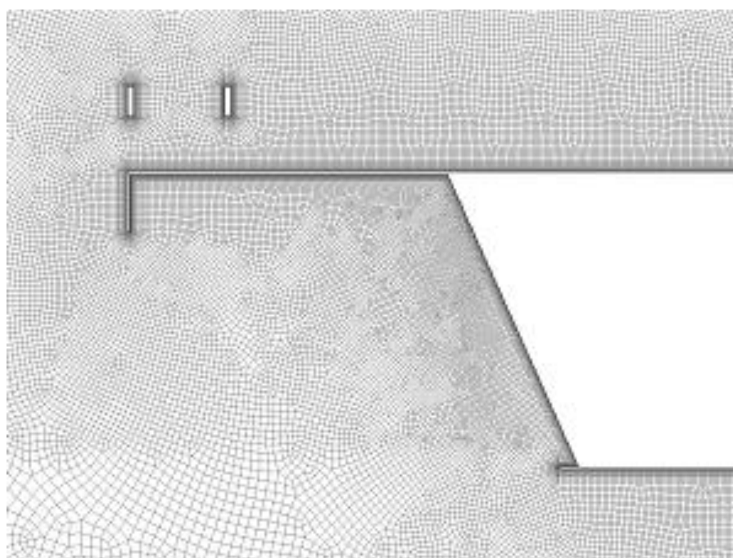
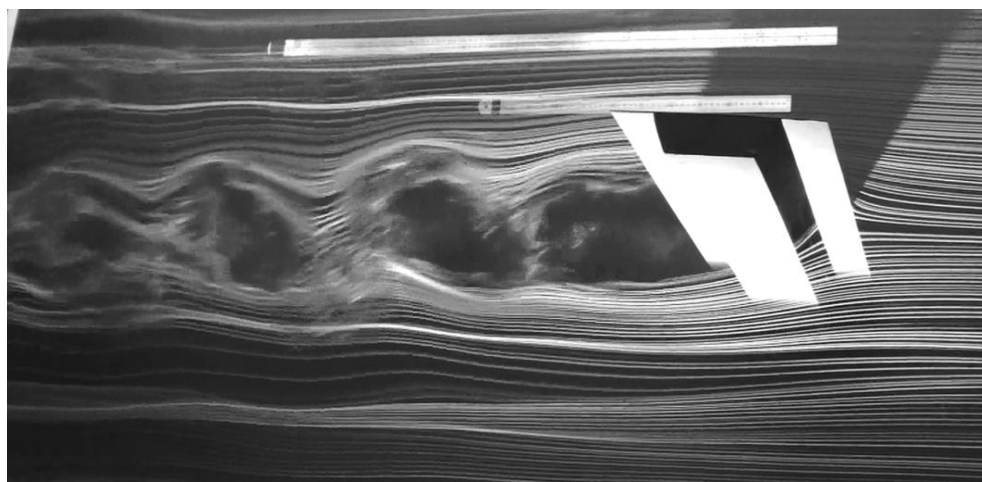


Рис. 1. Пример расчетной сетки (фрагмент)

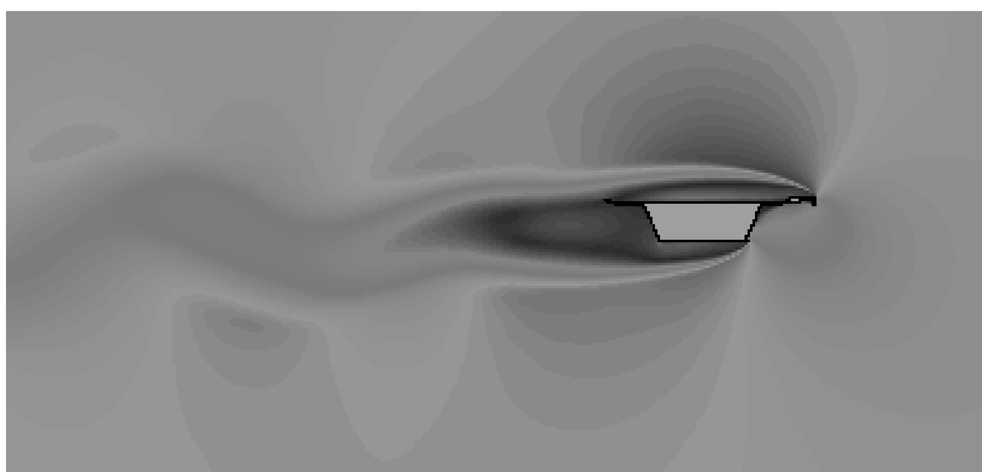
При решении уравнений Навье — Стокса связь скорость — давление реализовывалась с помощью алгоритма SIMPLE. Конвективные и вязкостные члены уравнений движения жидкости и переноса турбулентных параметров аппроксимировались схемами второго порядка точности.

Численное интегрирование осуществлялось неявной по времени схемой 2-го порядка точности. Шаг интегрирования Δt составлял $(0{,}02\ldots0{,}04)H/V_\infty$ (V_∞ — скорость набегающего потока), т. е. при сходе вихрей с безразмерной частотой $fH/V_\infty = 0{,}1$ был приблизительно в 250–300 раз меньше периода $1/f$, и это обеспечивало приемлемое разрешение нестационарных параметров потока. Установившаяся вихревая дорожка обычно формировалась к моменту $(60\ldots120)H/V_\infty$. Таким образом, общее число шагов интегрирования составляло в среднем 6000÷10000. Для сбора нестационарной статистики использовался отрезок времени, не меньший 5 периодов.

Пример качественного сопоставления расчетной и опытной картин течения вблизи пролетного строения приведен на рис. 2.



а)



б)

Рис. 2. Пример картины обтекания пролетного строения: эксперимент (*а*), расчет (*б*)

Результаты исследования. Подробные сведения по АДХ типовых поперечных сечений можно найти в [11]. На рис. 3–14 представлено сравнение расчетных и опытных данных по коэффициентам осредненных аэродинамических сил (лобового сопротивления, подъемной силы) и момента для некоторых характерных сечений.

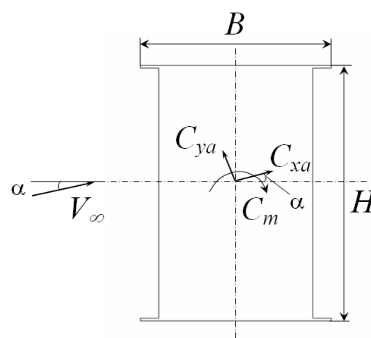


Рис. 3. Коэффициенты осредненных аэродинамических сил.
Здесь: $\bar{C}_{xa}$ — лобовое сопротивление; $\bar{C}_{ya}$ — подъемная сила; $\bar{C}_m$ — момент;
B и H — продольный и поперечный размеры сечения (без учета ограждений); α — угол атаки

Набегающий гладкий поток характеризуется интенсивностью 0,5 %, турбулентный — 8 %. Расчетные данные представлены сплошными линиями.

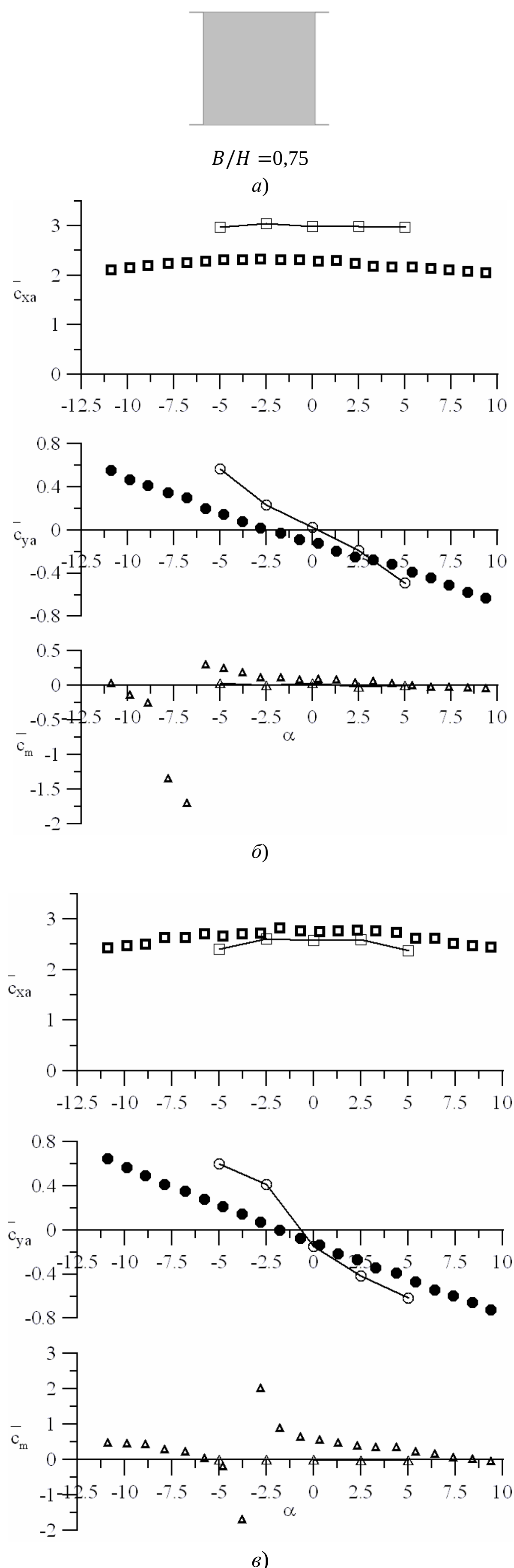


Рис. 4. Узкая одиночная прямоугольная балка (соотношение B/H 0,75):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

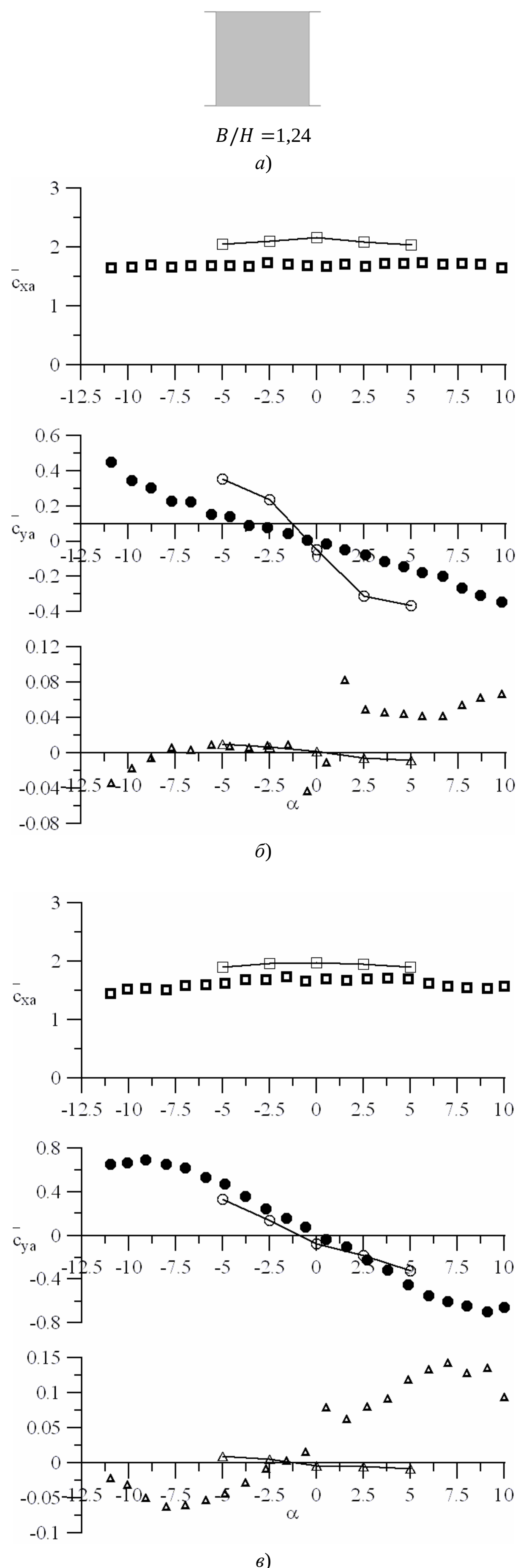
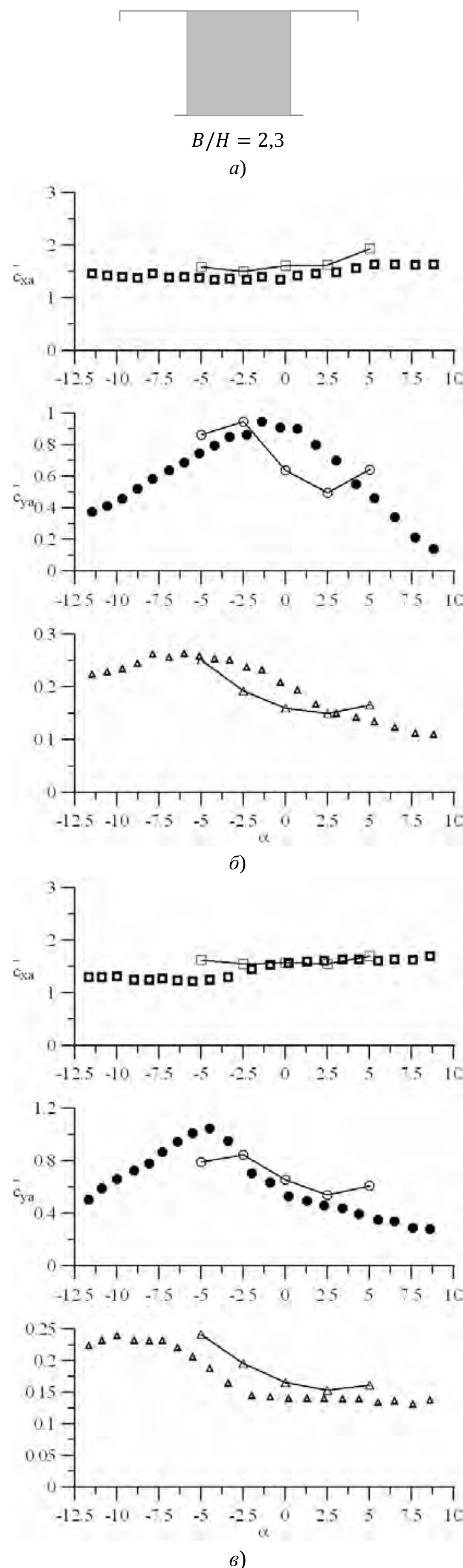


Рис. 5. Узкая одиночная прямоугольная балка (соотношение B/H 1,24):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)



в)

Рис. 6. Узкая одиночная балка с перекрытием (соотношение B/H 2,3):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

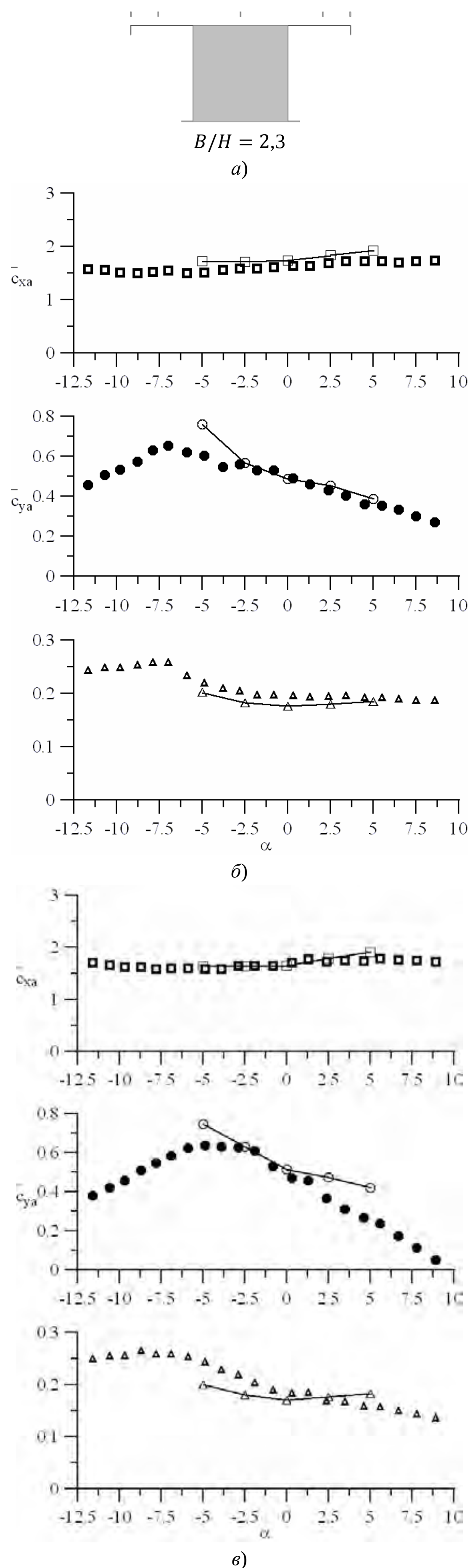


Рис. 7. Узкая одиночная балка с перекрытием и ограждениями (соотношение B/H 2,3): форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

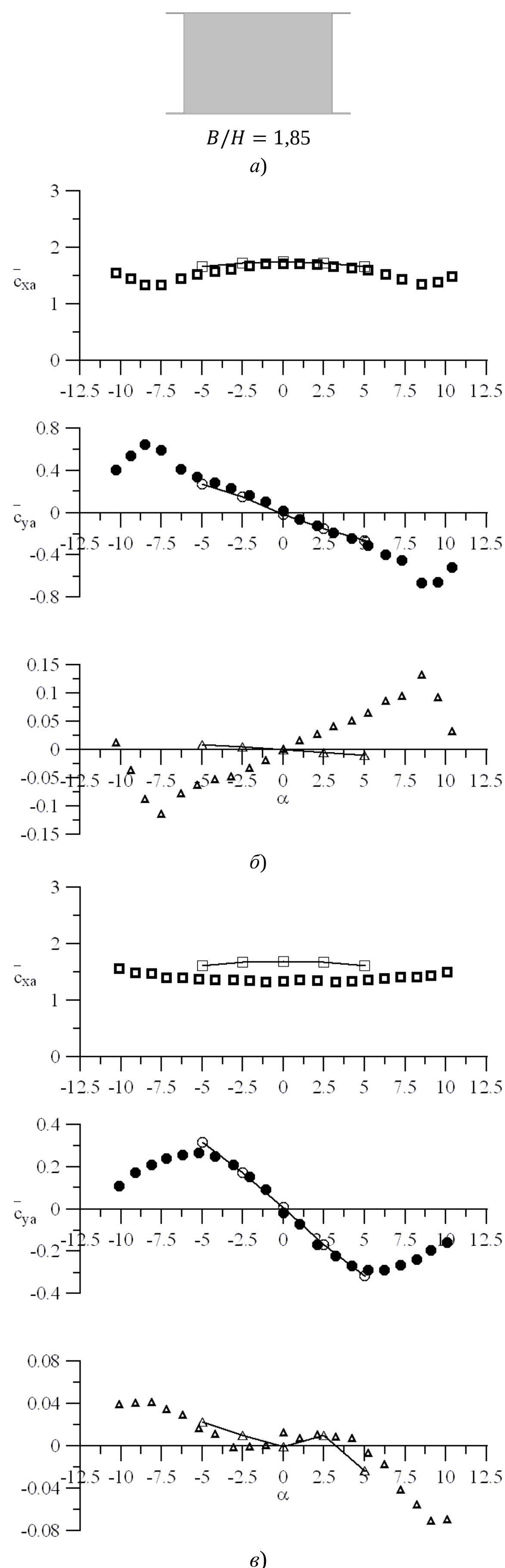


Рис. 8. Широкая одиночная прямоугольная балка (соотношение B/H 1,85):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

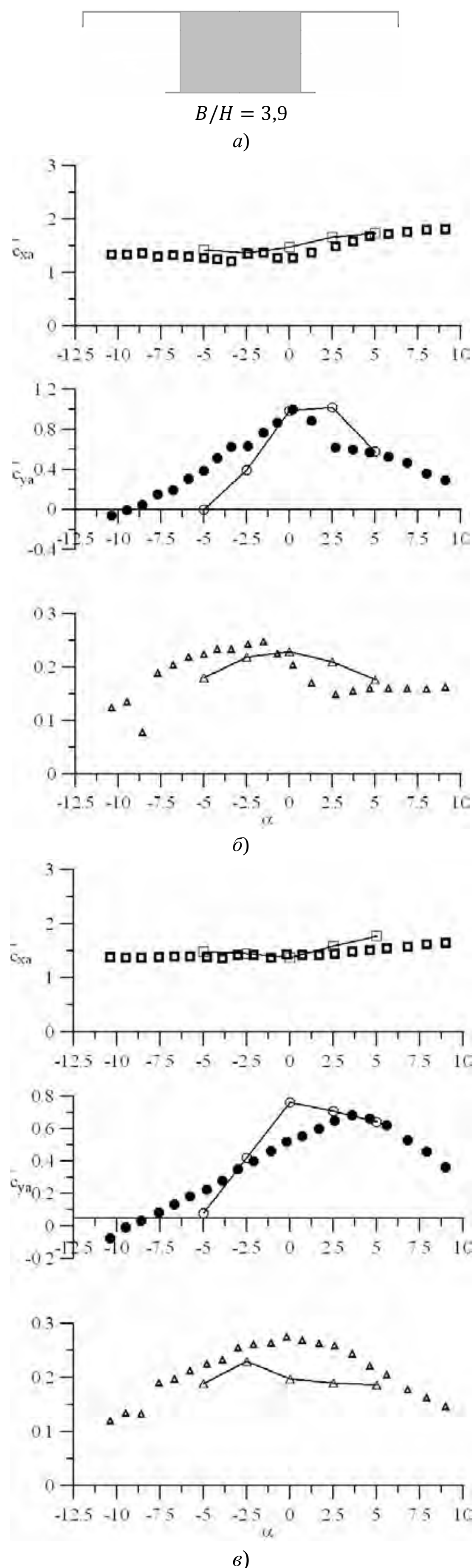
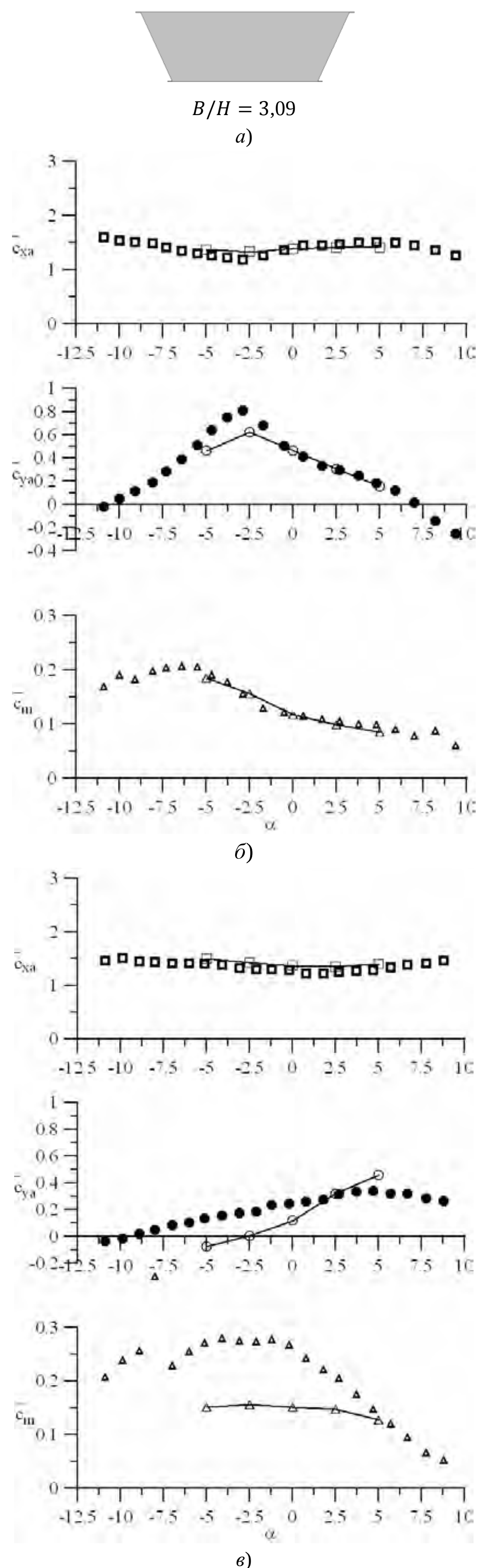


Рис. 9. Широкая одиночная балка с перекрытием (соотношение B/H 3,9):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 362–378. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 362–378. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006



в)

Рис. 10. Трапециевидная балка (соотношение B/H 3,09):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

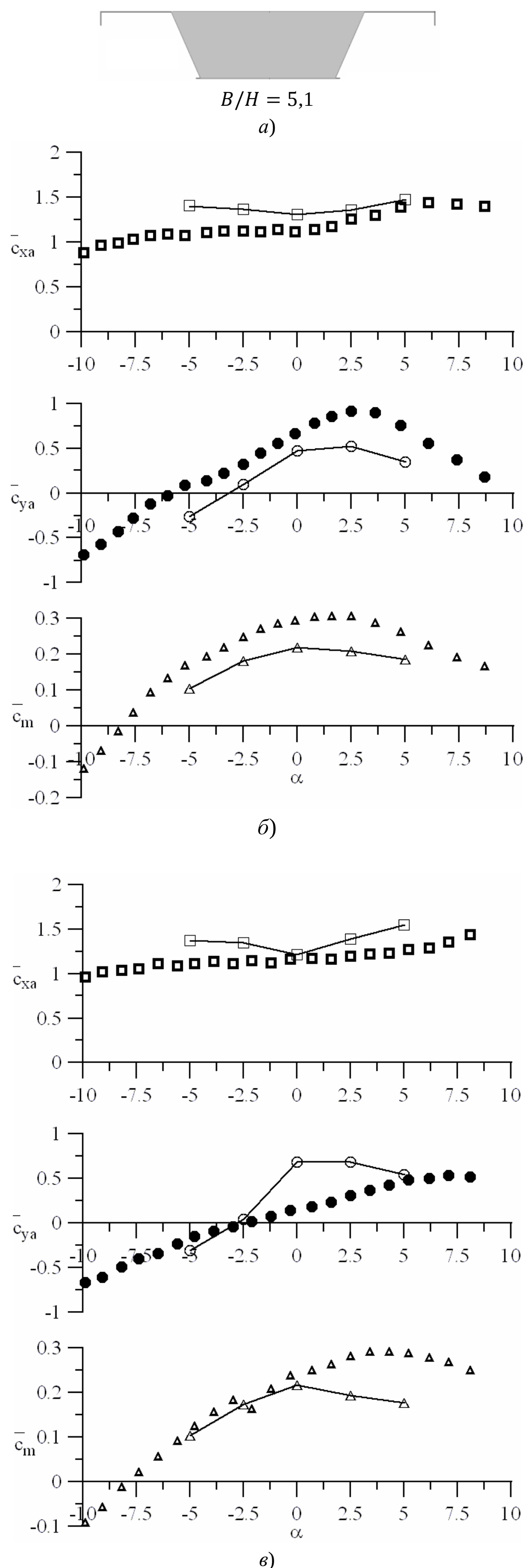


Рис. 11. Трапециевидная балка с перекрытием (соотношение B/H 5,1):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

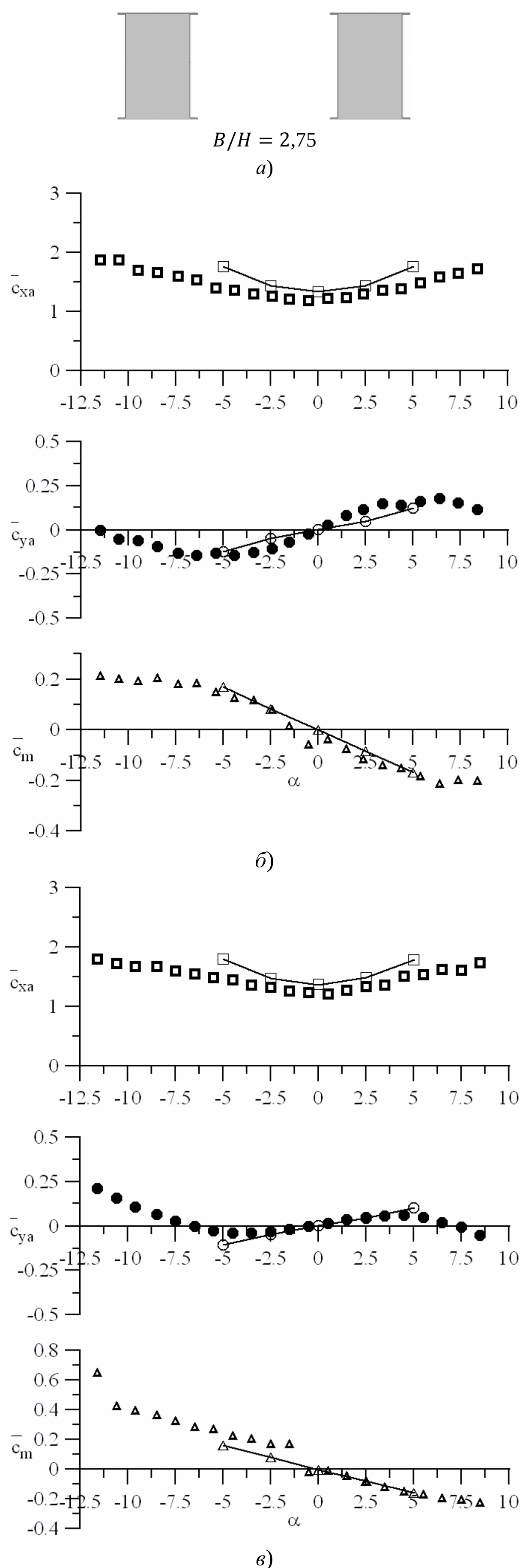


Рис. 12. Двухбалочное строение (соотношение В/Н 2,75):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

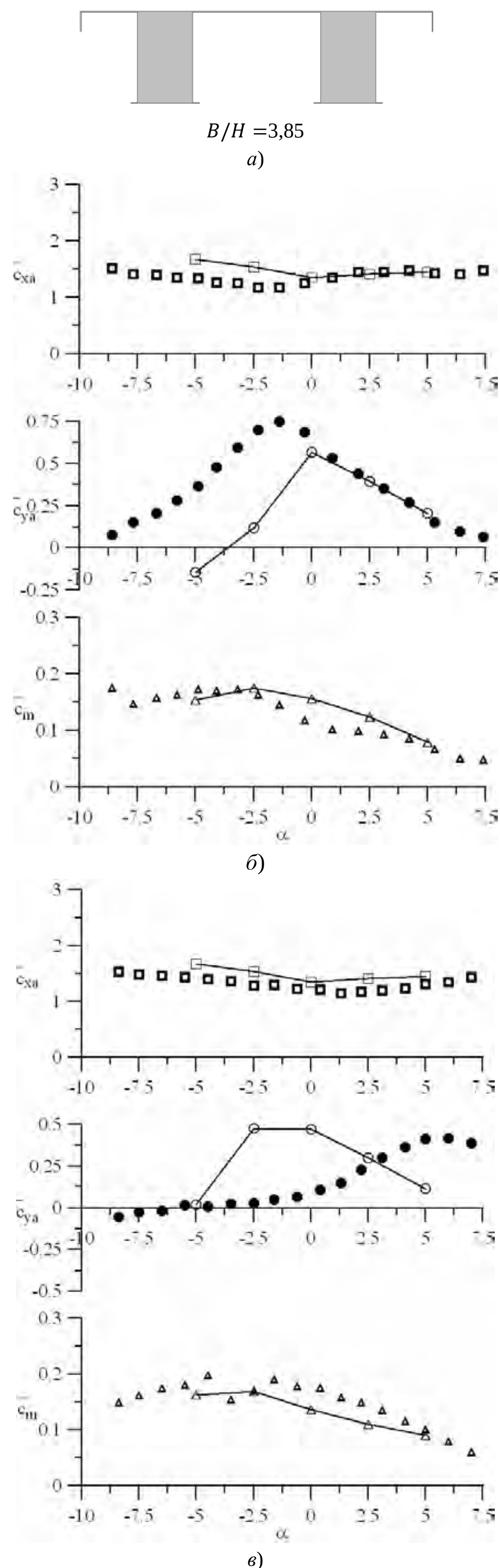
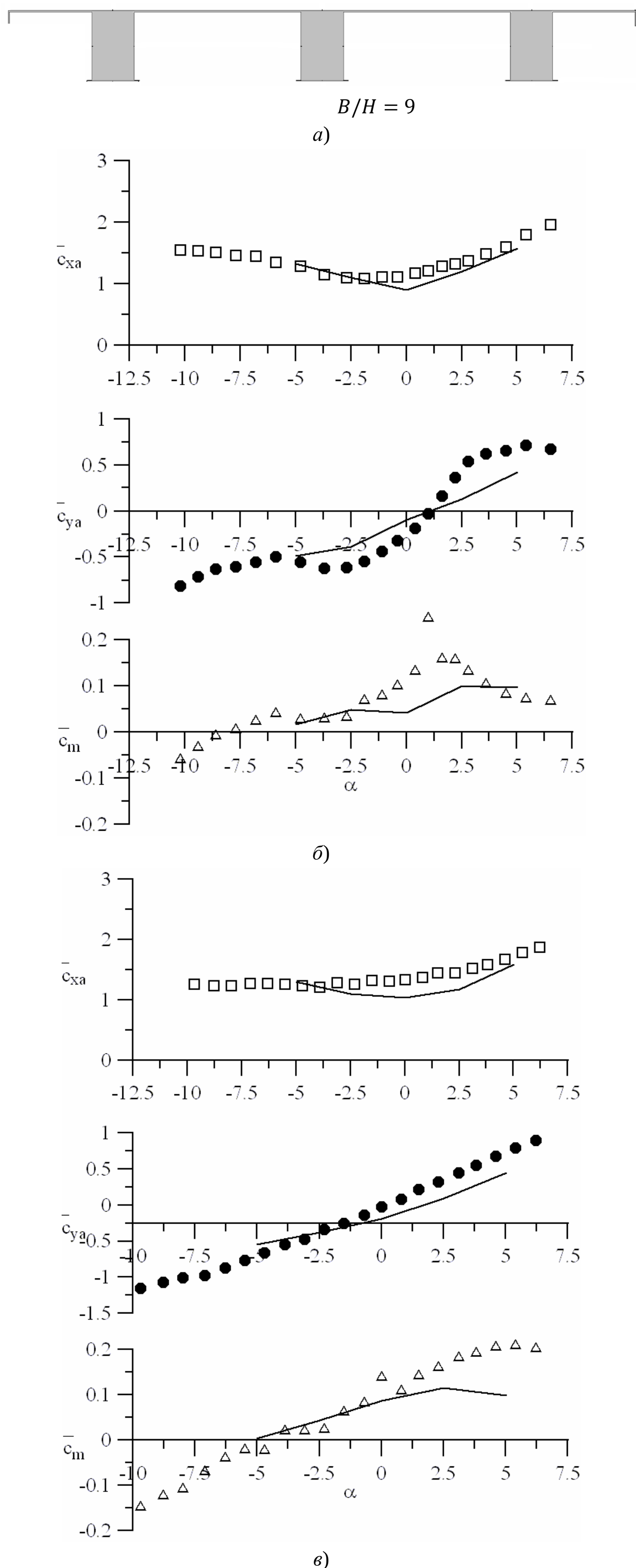


Рис. 13. Двухбалочное строениес перекрытием (соотношение B/H 3,85):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)



в)

Рис. 14. Многобалочное строение с перекрытием (соотношение B/H 9):
форма поперечного сечения (*а*); гладкий поток (*б*); турбулентный поток (*в*)

Обсуждение и заключения. Анализируя результаты, можно отметить, что за некоторыми исключениями с увеличением относительной ширины B/H сечения однобалочного строения точность расчетного предсказания его АДХ несколько возрастает. Как правило, наилучшее согласование отмечается по лобовому сопротивлению сечения. Для большинства конфигураций расчетные данные несколько выше коэффициента лобового сопротивления, полученного экспериментально. Поясним, что для рассматриваемых плохообтекаемых тел преобладающий вклад в лобовое сопротивление сечения вносит сопротивление формы (давления), в основном определяемое разностью сил давления на наветренной и заветренной сторонах сечения. Принятый расчетный подход огрубляет динамику вихревых структур в области за телом, что приводит к заниженному восстановлению давления в указанной области.

Величина подъемной силы более чувствительна к наличию, протяженности и типу (открыта/замкнутая) отрывных зон. Особенно это касается оснащенного плитой пролетного строения — в этом случае возможно повторное присоединение потока к верхней стороне плиты с образованием замкнутой зоны отрыва (примерно при $B/H \geq 5$). Поэтому по сравнению с лобовым сопротивлением расчетное определение подъемной силы менее точно, особенно для пролетных строений с плитой перекрытия.

Наиболее проблемным для большинства конфигураций является воспроизведение влияния угла атаки на аэродинамический момент сечения.

Если при поперечном обтекании многобалочных пролетных строений между балками возникает аэродинамическая интерференция [12], точность предсказания АДХ падает с увеличением числа балок (относительной габаритной ширины сечения). В этом случае вместо URANS-подхода целесообразно использовать более точные вихреразрешающие методы DES и LES.

Библиографический список

1. Симиу, Э. Воздействие ветра на здания и сооружения / Э. Симиу, Р. Сканлан. — Москва : Стройиздат, 1984. — 360 с.

2. Paidoussis, M.-P. Fluid-structure interactions: cross-flow-induced instabilities / M.-P. Paèidoussis, S.-J. Price, E. de Langre. — New York : Cambridge University Press, 2011. — 402 p.

3. Kavrakov, I. A synergistic study of a CFD and semi-analytical models for aeroelastic analysis of bridges in turbulent wind conditions / I. Kavrakov, G. Morgenthal // Journal of Fluids and Structures. — 2018. — Vol. 82. — P. 59–85.

4. Spalart, P.-R. Young person's guide to detached-eddy simulation grids [Электронный ресурс] / P.-R. Spalart ; NASA CR-2001-211032 ; Boeing Commercial Airplanes. — Режим доступа: https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20010080473.pdf (дата обращения: 05.09.18).

5. Monkewitz, P. A. Absolute instability in the near-wake of two-dimensional bluff bodies / P. A. Monkewitz, L. N. Nguyen // Journal of Fluids and Structures. — 1987. — Vol. 1, iss. 2. — P. 165–184.

6. Bruno, L. Analysis of the separated flow around a 5:1 rectangular cylinder through computational simulation [Электронный ресурс] / L. Bruno, N. Coste, D. Fransos // Fifth European & African Conference on Wind Engineering : proc. — Florence, 2009. — Режим доступа: http://www.iawe.org/Proceedings/5EACWE/115.pdf (дата обращения: 05.09.18).

7. On the evaluation of bridge deck flutter derivatives using RANS turbulence models / F. Brusiani [et al.] // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. — 2013. — Vol. 119. — P. 39–47.

8. Recommendations on the use of CFD in wind engineering [Электронный ресурс] / J. Franke [et al.] // ResearchGate. — Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/257762096_Recommendations_on_the_use_of_CFD_in_predicting_pedestrian_wind_environment (дата обращения: 05.09.18).

9. Белостоцкий, А. М. Численное моделирование задач строительной аэродинамики. Разработка методик и исследования реальных объектов / А. М. Белостоцкий, С. И. Дубинский, И. Н. Афанасьева // International Journal of Computational Civil and Structural Engineering. — 2010. — Т. 6, № 1/2. — С. 67–69.

10. Вычислительная аэродинамика строительных сооружений. Задачи и методы / С. В. Гувернюк [и др.] // Вестник МГСУ. — 2011. — Т. 2, № 2. — С. 113–119.

11. ОДМ 218.2.040—2014. Отраслевой дорожный методический документ. Методические рекомендации по оценке аэродинамических характеристик сечений пролетных строений мостов / Новосибир. гос. техн. ун-т ; Федеральное дорожное агентство (Росавтодор). — Москва : Изд-во ФГУП «Информавтодор», 2014. — 87 с.

12. Саленко, С. Д. Аэродинамические исследования типовых многобалочных конструкций / С. Д. Саленко, Ю. А. Гостеев, А. Д. Обуховский // Теплофизика и аэромеханика. — 2013. — Т. 20, № 4. — С. 451–460.

Поступила в редакцию 30.08.2018
Сдана в редакцию 03.09.2018
Запланирована в номер 01.10.2018

Received 30.08 .2018
Submitted 03.09.2018
Scheduled in the issue 01.10.2018

Об авторах:

Гостеев Юрий Анатольевич,
доцент кафедры «Аэрогидродинамика» Новосибирского государственного технического университета (РФ, 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20),
кандидат физико-математических наук, доцент,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4979-3174
gosteev@corp.nstu.ru

Обуховский Александр Дмитриевич,
доцент кафедры «Аэрогидродинамика» Новосибирского государственного технического университета (РФ, 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20),
кандидат технических наук, доцент,
ORCID:http://orcid.org/0000-0002-8842-0178,
obuxovskij@corp.nstu.ru

Саленко Сергей Дмитриевич,
заведующий кафедрой «Аэрогидродинамика» Новосибирского государственного технического университета (РФ, 630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20),
доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-8885-1885
salenkosd@yandex.ru

Authors:

Gosteev, Yury A.,
associate professor of the Aerohydrodynamics Department, Novosibirsk State Technical University (20, K. Marks Pr., Novosibirsk, 630073, RF), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-4979-3174;
gosteev@corp.nstu.ru

Obukhovskiy, Alexander D.,
associate professor of the Aerohydrodynamics Department, Novosibirsk State Technical University (20, K. Marks Pr., Novosibirsk, 630073, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8842-0178
obuxovskij@corp.nstu.ru

Salenko, Sergey D.,
head of the Aerohydrodynamics Department, Novosibirsk State Technical University (20, K. Marks Pr., Novosibirsk, 630073, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID :http://orcid.org/0000-0003-8885-1885
salenkosd@yandex.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62.593 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-379-384

Влияние параметров рекуперативного объема на динамические характеристики пневмопривода при торможении*

А. Н. Сиротенко[1], С. А. Партко[2], Ваел Саллум[3]**

[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация.
[3]Алеппо университет, г. Алеппо, Сирия

Effect of recuperative volume parameters on dynamic characteristics of pneumatic drive under braking***

A. N. Sirotenko[1], S. A. Partko[2], Wael Salloum[3]***

[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation.
[3]University of Aleppo. Aleppo, Syria

Введение. Рассмотрены способы энергосбережения в пневматическом приводе. Интерес представляет способ торможения созданием противодавления в выхлопной полости пневмопривода. При этом энергия сжатого воздуха накапливается в рекуперативном объеме. Задавая начальные параметры рекуперативного объема, возможно управлять динамикой торможения. Цель работы — создание математической модели, описывающей динамические процессы, происходящие в пневматическом приводе при торможении противодавлением, с постоянной массой, заключенного в полостях пневмодвигателя воздуха, и с учетом изменения начальных параметров тормозного объема.

Материалы и методы. Предложена математическая модель, описывающая изменение скорости движения выходного звена, давлений и температур в полостях пневмопривода в зависимости от начальных параметров рекуперативного объема. Решение математической модели осуществлялось методом численного интегрирования.

Результаты исследования. Получены зависимости скорости выходного звена, давлений и температур в полостях пневмопривода от начальных параметров рекуперативного объема. Адекватность полученной математической модели подтверждена по критерию Фишера.

Обсуждения и заключения. Полученные результаты могут быть полезны для решения задач энергосбережения в пневмоприводах при организации торможения противодавлением. Применение рекуперативного объема повышает технологическую гибкость привода при его переналадке и расширяет возможности энергосбережения.

Introduction. Methods of energy saving in pneumatic drive are considered. The method of braking by creating back pressure in the exhaust cavity of the pneumatic actuator is of interest. Under braking, the compressed air energy is stored in the recuperative volume. It is possible to control the braking dynamics through setting the initial parameters of the recuperative volume. The work objective is to create a mathematical model describing the dynamic processes taking place in the pneumatic drive under braking by backpressure, with a constant mass enclosed in the cavities of the air motor, and considering variation of the initial parameters of the braking volume.

Materials and Methods. A mathematical model is proposed that describes the speed change of the output link, pressures and temperatures in the cavities of the pneumatic drive depending on the initial parameters of the recuperative volume. The solution to the mathematical model is carried out by the numerical integration method.

Research Results. The dependences of the output link velocity, pressures and temperatures in the pneumatic drive cavities on the initial parameters of the recuperative volume are obtained. Adequacy of the built mathematical model is confirmed by Fisher's criterion.

Discussions and Conclusions. The results obtained can be used to solve the problems of energy saving in pneumatic drives under the organization of backpressure braking. The use of recuperative volume increases the technological flexibility of the drive during its readjustment and extends the possibilities of energy saving.

Ключевые слова: пневматический привод, рекуперация, энергосбережение, противодавление, торможение, рекуперативный объем.

Keywords: pneumatic drive, recuperation, energy saving, backpressure, braking, recuperative volume

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: andsirotenko@yandex.ru, parlana@spark-mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Образец для цитирования. Сиротенко, А. Н. Влияние параметров рекуперативного объема на динамические характеристики пневмопривода при торможении / А. Н. Сиротенко, С. А. Парко, Ваел Саллум // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 379-384. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-379-384.

For citation: A.N. Sirotenko, S.A. Partko, Wael Salloum. Effect of recuperative volume parameters on dynamic characteristics of pneumatic drive under braking. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 379-384. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-379-384.

Введение. Пневматические приводы широко применяются для автоматизации и механизации вспомогательных технологических процессов. Энергопотребление пневмофицированного оборудования может составлять более 20% общего потребления предприятия. Поэтому вопросы энергосбережения в пневмоприводах являются весьма актуальными [1–3]. Такие особенности, как сжимаемость рабочей среды и инерционность выходных звеньев, затрудняют безударное торможение, усложняют управление и конструкцию привода [1, 3, 4]. Управлять законом торможения пневмопривода можно как воздействием на регулирующее устройство [1, 2, 5, 6], так и выбором рационального способа торможения [7–9].

Перечисленные особенности пневмопривода позволяют использовать сжатый воздух, как тормозной демпфер и накапливать энергию торможения, что эффективно реализуется при торможении пневмопривода способом противодавления [7]. Изменяя координату переключения на торможение, давление в тормозной и нагнетательной полости, подключая к выхлопной полости дополнительный объем, возможно не только обеспечить безударное торможение, но и рекуперировать энергию сжатого при торможении воздуха [2, 7, 10]. Задавая начальные параметры рекуперативного объема, можно влиять на тормозные и энергоскоростные параметры пневмопривода. Однако данный вопрос исследован в настоящее время недостаточно.

Цель исследования — создание математической модели, описывающей динамические процессы, происходящие в пневматическом приводе при торможении противодавлением, с постоянной массой, заключенного в полостях пневмодвигателя воздуха и с учетом изменения начальных параметров тормозного объема.

Постановка задачи. Требуется математически описать зависимость динамических характеристик пневматического привода при торможении противодавлением от начальных параметров рекуперативного объема.

Математические зависимости. Рассмотрим торможение способом противодавления путем полного перекрытия магистралей нагнетания и выхлопа. Недостатком способа является то, что при изменении рабочего перемещения и внешней нагрузки на выходное звено необходимо заново настраивать координату включения торможения. Альтернативой является подключение в момент торможения к тормозной полости пневмодвигателя рекуперативного объема. Задавая его начальные параметры до торможения, возможно влиять на конечное давление в тормозном объеме и тормозной путь выходного звена пневматического привода [8].

Для математического описания газодинамических процессов, протекающих в полостях пневмопривода, были сделаны следующие допущения [10, 12]: давление в магистралях принимаем постоянным; термодинамические процессы, протекающие в полостях пневмопривода, рассматриваем как адиабатные; рабочую среду в полостях пневмопривода, сжатую при торможении, рассматриваем как идеальный газ.

В основе торможения противодавлением лежит принцип создания силы сопротивления движению выходного звена пневмодвигателя. Это достигается частичным или полным перекрытием каналов нагнетания и выхлопа. Полное перекрытие более эффективно, так как отсутствует сброс сжатого при торможении воздуха из тормозной полости. Динамика пневмопривода до торможения определяется известной системой уравнений, учитывающей подкритический и надкритический режимы истечения [10].

Параметры пневмопривода показаны на рис. 1. Параметры рабочей среды обозначены как: $V_м$, $p_м$, $T_м$ — объем, давление и температура сжатого в магистрали воздуха соответственно; $V_п$, $p_п$, $T_п$, — объем, давление, температура воздуха, сжатого в поршневой полости пневмодвигателя; $V_ш$, $p_ш$, $T_ш$ — объем, давление, температура воздуха сжатого штоковой или тормозной полости пневмодвигателя; $V_{рек}$, $p_{рек}$, $T_{рек}$ — объем, давление, температура сжатого воздуха в рекуперативном объеме; $V_{ат}$, $p_{ат}$, $T_{ат}$ — объем, давление, температура атмосферного воздуха. Геометрические параметры пневмодвигателя имеют следующее обозначение: $F_п$, $F_ш$ — поршневая и штоковая рабочие площади пневмодвигателя; $f_н$, $f_в$ — площади проходных сечений магистралей нагнетания и выхлопа соответственно; x, $x_{0п}$, $x_{0ш}$ — координаты текущего перемещения, постоянного поршневого и штокового «пассивных» объемов соответственно; s — максимальный рабочий ход; P — полезная нагрузка.

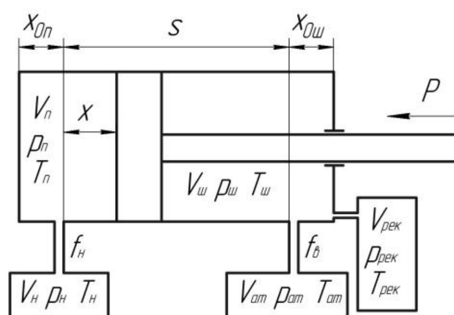


Рис. 1. Параметры пневмопривода при торможении противодавлением в рекуперативный объем

При торможении в полостях пневмодвигателя находится постоянное количество сжатого воздуха. Считаем, что теплообмен с окружающей средой незначителен, поэтому термодинамический процесс считаем адиабатным, с показателем адиабаты $k=1,4$ [10]. Для торможения золотник распределителя переключится в нейтральное положение и перекроет проходные каналы магистралей нагнетания и выхлопа ($f_н=0$, $f_в=0$). Время переключения золотника распределителя не учитываем, каналы нагнетания и выхлопа перекрываются одновременно. Соединение рекуперативного объема с штоковой полостью пневмодвигателя считаем мгновенным.

С учетом данных допущений полости, давление рабочей среды в поршневой полости пневмодвигателя представим в следующем виде:

$$p_п=(v_{пт}/v_п)^k\cdot p_{пт}, \qquad (1.1)$$

где $p_п$, $p_{пт}$ — текущее и начальное давление в момент переключения на торможение в поршневой полости пневмодвигателя; $v_п$, $v_{пт}$ — текущий и начальный удельные объемы поршневой полости пневмодвигателя; k — показатель адиабаты.

Сократим уравнение (1.1), разделив его на площадь поршня пневмодвигателя:

$$p_п=((x_{0п}+x_т)/(x_{0п}+x))^k\cdot p_{пт}, \qquad (1.2)$$

где $x_{0п}$, $x_т$, x — координаты: начальная, включения торможения и текущего положения поршня пневмодвигателя соответственно.

В момент переключения распределителя на торможении рекуперативный и тормозной объемы объединяются, в этом случае параметры сжатого воздуха определятся следующие системой (1.3):

$$(1.3)\begin{cases} p_{шт}\cdot v_{шт}^k = p\cdot v_1^k & (1.3.1)\\ p_{рек}\cdot v_{рек}^k = p\cdot v_2^k & (1.3.2)\end{cases}$$

где $v_{шт}$, $v_{рек}$ — удельные объемы сжатого в начале торможения в штоковой полости и рекуперативном объеме воздуха; v_1, v_2 — «условные» удельные объемы воздуха в штоковой полости и рекуперативном объеме; $p_{шт}$, $p_{рек}$, p — давления сжатого вначале торможения воздуха в штоковой полости, рекуперативном объеме и в «объединенном» объеме соответственно.

В системе уравнений (1.3) выразим удельные объемы v_1, v_2:

$$(1.4)\begin{cases} p_{шт}\cdot v_{шт}^k = p\cdot v_1^k \Rightarrow p_{шт}\cdot\left(\dfrac{V_{шт}}{m_{шт}}\right)^k = p\cdot\left(\dfrac{V_1}{m_{шт}}\right)^k \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{шт}\cdot\left(p_{шт}\right)^{\frac{1}{k}} = V_1\cdot\left(p\right)^{\frac{1}{k}} & (1.4.1)\\ p_{рек}\cdot v_{рек}^k = p\cdot v_2^k \Rightarrow p_{рек}\cdot\left(\dfrac{V_{рек}}{m_{рек}}\right)^k = p\cdot\left(\dfrac{V_2}{m_{рек}}\right)^k \Rightarrow \\ \Rightarrow V_{рек}\cdot\left(p_{рек}\right)^{\frac{1}{k}} = V_2\cdot\left(p\right)^{\frac{1}{k}} & (1.4.2)\end{cases}$$

Машиностроение и машиноведение

где $V_{шт}$, $V_{рек}$, — штоковый и рекуперативный объемы соответственно на момент начала торможения,; V_1, V_2 — штоковый и рекуперативный объемы, соединенные в «объединенный» объем; $m_{шт}$, $m_{рек}$ — масса воздуха, сжатого в штоковом и рекуперативном объёме на момент начала торможения; p — давление в «объединенном» объеме.

Для определения давления в «объединенном» объеме просуммируем уравнения (1.4.1) и (1.4.2):

$$p = \left(\frac{V_{шт} \cdot \left(p_{шт}\right)^{\frac{1}{k}} + V_{рек} \cdot \left(p_{рек}\right)^{\frac{1}{k}}}{V_1 + V_2} \right)^k, \quad (1.5)$$

Используя уравнение Клапейрона, найдем температуру рабочей среды в «объединенном» объеме:

$$p \cdot v = R \cdot T \Rightarrow T = \frac{p \cdot v}{R} = \frac{p}{R} \cdot \left(\frac{V_{шт} + V_{рек}}{\frac{V_{шт}}{v_{шт}} + \frac{V_{рек}}{v_{рек}}} \right), \quad (1.6)$$

где T — температура сжатого при торможении в «объединенном» объеме воздуха; R — универсальная газовая постоянная,.

Окончательную зависимость температуры воздуха в тормозной полости пневмопривода от начальных параметров рекуперативного объема получим, раскрыв значения удельных объемов в уравнении (1.6) и сократив его на площадь штоковой полости пневмодвигателя:

$$T = p \cdot ((s + x_{0ш} + h_{рек} - x)\frac{T_{шт} \cdot T_{рек}}{(s + x_{0ш} - x) \cdot T_{рек} \cdot p_{шт} + h_{рек} \cdot T_{шт} \cdot p_{рек}})) \quad (1.7)$$

где $h_{рек}$ — приведенный к штоковой площади пневмодвигателя, рекуперативный объем; T, $T_{шт}$, $T_{рек}$ — абсолютные температуры в «объединенном», штоковом и рекуперативном объемах соответственно.

$$\begin{cases} m\frac{d^2x}{dt^2} = p_п \cdot F_п - P - p_ш \cdot F_ш & (1.8.1) \\ p_п = \left(\frac{x_{0п} + x_m}{x_{0п} + x}\right)^k \cdot p_{пт} & (1.8.2) \\ p = \left(\frac{\left(s + x_{02} - x\right)\left(p_{шт}\right)^{\frac{1}{k}} + h_{рек}\left(\left(p_{рек}\right)^{\frac{1}{k}}\right)}{\left(s + x_{02} + h_{рек} - x\right)}\right)^k & (1.8.3) \\ T_п = \left(\frac{p_{пт}}{p_п}\right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot T_{пт} & (1.8.4) \\ T = p \cdot ((s + x_{0ш} + h_{рек} - x)\frac{T_ш \cdot T_{рек}}{(s + x_{0ш} - x)T_{рек} \cdot p_ш + h_{рек} \cdot T_ш \cdot p_{рек}})) & (1.8.5) \end{cases} \quad (1.8)$$

Движение поршня пневмодвигателя описывается уравнением (1.8.1). Общая система уравнений процесса торможения пневматического устройства будет иметь вид (1.8). Здесь: m — приведенная к штоку пневмодвигателя масса рабочего органа; $T_н$ — абсолютная температура воздуха в магистрали нагнетания; $T_{пт}$ — начальное значение

температуры воздуха в поршневой полости пневмодвигателя в момент переключения на торможения.

Уравнения (1.8.2) и (1.8.3) описывают изменение давления, а уравнения (1.8.4) и (1.8.5) — изменение температуры в поршневой и тормозной полостях пневмодвигателя соответственно.

Совместное решение системы уравнений, описывающей динамику торможения пневмопривода (1.8) и его разгон методом численного интегрирования Рунге-Кутта [14], позволяет изучить зависимость динамических характеристик пневмопривода от начальных параметров рекуперативного объема. Стендовая оценка характеристического совпадения теоретических и практических зависимостей показала удовлетворительную сходимость [13], что позволило провести проверку адекватности полученной математической модели по критерию Фишера. Для этого был проведен двухфакторный эксперимент. Независимыми факторами были выбраны начальное давление и величина рекуперативного объема. Факторы изменялись согласно трем уровням варьирования, что позволило использовать девять комбинаций сочетания факторов при повторении каждого опыта трижды.

Математическая модель адекватна практическим результатам, полученным при экспериментальной проверке, так как расчетное значение критерия Фишера составило 2,67, что меньше табличного (2,7) [15].

Полученные результаты позволили перейти к вычислительному эксперименту, который позволит определить рациональные комбинаций начальных параметров рекуперативного объема для заданного закона торможения пневмопривода и обеспечения при этом высоких энергоскоростных показателей.

Выводы:

1. Разработана математическая модель, адекватно описывающая динамические процессы, протекающие в полостях пневматического привода при торможении противодавлением с накоплением энергии сжатого воздуха в рекуперативный объем.
2. Получены математические зависимости параметров пневматического привода от начальных параметров рекуперативного объема при торможении противодавлением.

Библиографический список

1. Vladislav A. Blagojevic and Predrag Lj. Jankovic. Advantages of restoring energy in the execution part of pneumatic system with semi-rotary actuator / Vladislav A. Blagojevic, Predrag Lj. Jankovic. // THERMAL SCIENCE. Vol. 20, 2016, Suppl. 5, pp. S1599-S1609. DOI : https://doi.org/10.2298/TSCI16S5599B
2. Gennadyj Krytikov. The synthesis of structure and parameters of energy efficient pneumatic actuator / Gennadyj Krytikov, Marjana Strizhak, Vsevolod Strizhak // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. - 2017. vol. 1 №7 (85). pp.38-44. DOI: https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.92833
3. Mohd Yusop, M. Y. Energy Saving for Pneumatic Actuation using Dynamic Model Prediction: Submitted for the degree of PhD / M. Y. Mohd Yusop; School of Engineering. Cardiff University. – Wally, UK, 2006. – 212 p.
4. Vladislav Blagojevic. Cost effectiveness of restoring energy in execution part of pneumatic system / Vladislav Blagojevic, Dragan Šešlija and Miodrag Stojiljkovic // Journal of Scientific & Industrial Research. Vol. 70, February 2011, pp. 170-176. http://nopr.niscair.res.in/handle/123456789/10968
5. Дьяченко, А. Г. Разработка конструкции подающего устройства для цилиндрических деталей / А. Г. Дьяченко, Т. П. Савостина, М. В. Колпаков // Инновационные материалы и технологии: сб. статей по итогам междунар. науч.-практ. конф. — Стерлитамак, 2018. — С.11–13.
6. Долгов, Г. А. Система управления позиционным пневмоприводом запорной арматуры / Г. А. Долгов // Молодой исследователь Дона. — 2017. — № 3 (6). — С. 21–28.
7. Филипов, И. Б. Тормозные устройства пневмоприводов / И. Б. Филипов. — Москва : Машиностроение, 1987. — 143 с.
8. Дао, Т. А. Исследование точности позиционирования автоматизированного пневмопривода с внешним тормозным устройством / Т. А. Дао, В. С. Сидоренко, Д. Д. Дымочкин // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2015. — Т 15, № 4 (83). — С. 46–53. DOI : https://doi.org/10.12737/16077
9. Грищенко, В. И. Динамика процесса позиционирования приводов с гидроамортизатором / В. И. Грищенко, М. С. Килина, В. А. Чернавский // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2012. — Т. 12, № 4 (65). — С. 16–21.
10. Герц, Е. В. Динамика пневматических систем машин / Е. В. Герц. — Москва : Машиностроение, 1985. — 265 с.
11. Сиротенко, А. Н. Рекуперация энергии в пневмоприводе фасовочно-наполнительного оборудования / А. Н. Сиротенко, А. Г. Дьяченко, С. А. Партко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного

машиностроения: сб. статей 6-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 16-й между-нар. агропром. выставки «Интерагромаш-2013». — Ростов-на-Дону, 2013. — С. 69–71.

12. Сиротенко А. Н. Математическая модель динамических процессов пневмопривода, при торможении противодавлением, с рекуперацией энергии в дополнительный объем / А. Н. Сиротенко, С. А. Партко, // Научное обозрение. — 2017. — № 21. — С. 67–74.

13. Sirotenko A.N., Partko S.A. Decrease in Power Inputs in Pneumodrive Weighing-and-Packing Machine//International Journal of Applied Engineering Research, 2017. vol. 12, № 14, pp. 4599-4603.

14. Расчет динамических параметров пневмогидравлического привода с рекуперацией энергии : свидетельство 2018613130 Рос. Федерация / А. Н. Сиротенко, С. А. Партко. — № 2018610340; заявл.10.01.2018; опубл. 02.03.2018.

15. Сиротенко, А. Н. Зависимость энергоскоростных характеристик пневмопривода от начальных параметров дополнительного объема, при торможении противодавлением / А. Н. Сиротенко, С. А. Партко, Саед Бакир Аля // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2017. — Т 17, № 4 (91). — С. 69–76. DOI : https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-69-76

Поступила в редакцию 28.07 .2018
Сдана в редакцию 29.07.2018
Запланирована в номер 21.09.2018

Received 28.07 .2018
Submitted 29.07.2018
Scheduled in the issue 21.09.2018

Об авторах:

Сиротенко Андрей Николаевич,
доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000 г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9956-1032
andsirotenko@yandex.ru

Партко Светлана Анатольевна,
доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000 г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8568-0716
parlana@spark-mail.ru

Ваел Саллум,
профессор кафедры «Сельскохозяйственное машиностроение» Университет Алеппо (Сирия, г. Алеппо), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0032-2918
w_salloum@yahoo.com

Authors:

Sirotenko, Andrey N.,
associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9956-1032
andsirotenko@yandex.ru

Partko, Svetlana A.,
associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8568-0716
parlana@spark-mail.ru

Wael Salloum,
professor of the Agricultural Engineering Department, Aleppo University (Aleppo, Syria), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0032-2918
w_salloum@yahoo.com

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.391.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-385-391

Линейно-логический алгоритм принятия решения при обработке сигналов*

В. С. Плаксиенко[1**]
[1]Институт радиотехнических систем и управления Южного федерального университета, г. Таганрог, Российская Федерация

Linear-logical decision-making algorithm for signal processing***

V. S. Plaksienko[1**]
[1] Institute for Radiotechnical Systems and Control, Southern Federal University, Taganrog, Russian Federation

Введение. Для повышения эффективности приема и обработки дискретных сигналов в условиях дефицита априорных сведений применяют эвристический синтез. Представлен анализ алгоритма принятия решения при линейно-логической обработке дискретных сигналов в случае, если априорные данные об их параметрах неполны. Цель работы — построение и анализ эффективности линейно-логических алгоритмов.
Материалы и методы. Предложены эффективные в условиях априорной неопределенности математические алгоритмы приема и обработки сигналов. Они основаны на учете структуры выбросов и превышений процессов в каналах обработки.
Результаты исследования. Созданы линейно-логические алгоритмы обработки дискретных сигналов. Они основаны на учете одной, двух и более детальных характеристик выбросов или превышений случайных процессов.
Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть полезны в процессе синтеза алгоритмов и устройств приема и обработки сигналов. Алгоритмы и устройства реализуемы как в аналоговом виде, так и в виде алгоритмов для ЭВМ. Созданы программы моделирования при обработке сигналов в условиях значительной априорной неопределенности информации о сигналах и о каналах их распространения.

Introduction. Heuristic synthesis is used to improve the efficiency of reception and processing of discrete signals under aprior information pressure. The analysis of the decision-making algorithm for the linear-logical processing of discrete signals in case of the incomplete aprior data on their parameters is presented. The work objective is to develop and analyze the efficiency of the linear-logical algorithms.
Materials and Methods. New mathematical algorithms for the signal reception and processing, effective under conditions of a priori uncertainty, are proposed. They are based on the consideration of the structure of emissions and process exceedance in the signal processing channels.
Research Results. Linear-logical algorithms for processing discrete signals are developed. They are based on the consideration of one, two and more detailed characteristics of emissions or exceedance of random processes.
Discussion and Conclusion. The results obtained can be useful in the synthesis of algorithms and devices for the signal reception and processing. Algorithms and devices are implemented both in an analog form and in the form of algorithms for computers. The simulation programs for the signal processing under conditions of the considerable uncertainty of aprior information on the signals and the channels of their distribution are developed.

Ключевые слова: решающие правила, эвристический синтез, прием и обработка дискретных сигналов, плотности распределения вероятностей, выбросы и превышения случайных процессов.

Keywords: decision rules, heuristic synthesis, reception and processing of discrete signals, probability distribution densities, emissions and exceedance of random processes.

Образец для цитирования: Плаксиенко, В. С. Линейно-логический алгоритм принятия решения при обработке сигналов / В. С. Плаксиенко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 385-391. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-385-391.

For citation: V.S. Plaksienko. Linear-logical decision-making algorithm for signal processing. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 385-391. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-385-391.

Введение. Для оптимизации обработки сигналов в условиях значительной априорной неопределенности используют процедуры эвристического, инженерного синтеза непараметрических решающих правил. Такая процедура основывается на анализе параметров выбросов случайных процессов на выходе демодулятора приемника дискретных

---

* Работа выполнена на основе инициативной НИР.
** E-mail: vsp46@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

сигналов [1–7]. Теория выбросов широко используется в инженерной практике. Однако анализ закономерностей и детальных характеристик выбросов — сложная аналитическая задача даже при постоянном или медленно меняющемся пороге. При аналитическом подходе получаются соотношения, приводящие к несходящимся рядам, и этим объясняется отсутствие физически значимых результатов.

В настоящее время и в ближайшем будущем перспективно применение дискретных многопозиционных сигналов. Это и дискретные адресные системы, и системы многократной телеграфии (частотная телеграфия, многопозиционная частотная телеграфия), и системы с D и E кодами, в которых последовательно-параллельно во времени передаются элементарные посылки длительностью T_c на одной или разных частотах [5, 8–10].

При приеме бинарных сигналов на входе решающего устройства присутствуют два случайных процесса, и процедура принятия решения сводится к задаче статистической проверки гипотез. Необходимо определить, какой случайный процесс (из сравниваемых) обладает большей энергией на интервале наблюдения. Процедура принятия такого решения может быть сведена к сравнению величины разностного сигнала на выходе приемника с постоянным нулевым порогом. Таким образом, необходимо сравнивать минимум два случайных процесса (в лучшем случае анализируется случайный процесс с выхода приемника дискретных сигналов при медленно меняющемся пороге).

Статистическая проверка гипотез сводится к анализу взаимных превышений двух и более процессов. Аналитическое представление данной задачи бывает громоздко и не дает инженерных решений [1, 11–15]. Эвристический синтез и статистическое моделирование на ЭВМ позволяют получить значимые инженерные приложения.

При приеме многопозиционных сигналов можно упрощенно представить:
— их спектры $S\,(f)$;
— амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) фильтров приемников $K\,(f)$ (рис. 1).

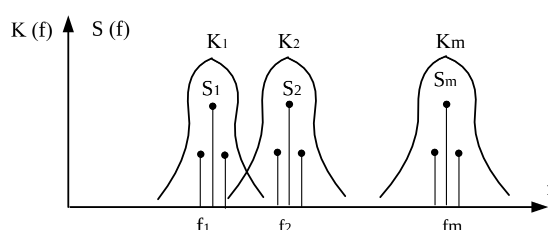


Рис. 1. АЧХ фильтров приемников

Для линейного приемника многопозиционных сигналов обязательно наличие:
— общего усилителя промежуточной частоты (УПЧ),
— общей схемы принятия решения (СПР).

Необходимы также наборы разделительных фильтров (см. рис. 1) и амплитудных детекторов (АД).

Анализ таких приемников показывает [1]: чем больше число позиций сигнала m, тем ниже их помехоустойчивость. Требования к АЧХ фильтров (см. рис. 1) достаточно жесткие. АЧХ не должны перекрываться для обеспечения частотной ортогональности. При этом шумы на выходах фильтров будут независимы. Не должно быть областей перекрытия между АЧХ фильтров, настроенных на частоты $f_{i,}$ (см. рис. 1). Форма АЧХ должна иметь плоский участок в окрестности частоты настройки, чтобы спектры сигналов не искажались.

Следует отметить имеющиеся противоречия. Так, узкополосные фильтры ограничивают скорость работы. При замираниях сигналов и эффекте Доплера возможно ухудшение качества и даже срыв связи. Широкополосные фильтры приводят к взаимопроникновению сигналов соседних по частоте каналов, т. е. нарушается ортогональность и, соответственно, падает качество приема.

Для процессов на выходах фильтров соседних каналов в системах приема и обработки сигналов характерны статистические взаимосвязи, которые увеличиваются при увеличении взаимных перекрытий спектров сигналов либо АЧХ фильтров. Детальное рассмотрение процедуры разделения сигналов по частотному признаку показывает, что при обработке многопозиционных сигналов в случае перекрывающихся АЧХ фильтров можно говорить о попарно зависимых процессах в соседних по частоте каналах. Это имеет особое значение при использовании для оптимизации приема многопозиционных сигналов нелинейных либо линейно-логических процедур [1, 11–14].

Постановка задачи. В условиях значительной априорной неопределенности частота сигналов известна с ограниченной точностью, а диапазон варьирования длительностей элементарного символа может изменяться

до тысячи раз. Дополнительное требование: работа в реальном масштабе времени. Ограничимся для простоты случаем обработки бинарных сигналов.

Синтез алгоритма принятия решения. В работах [1, 11–13] рассматриваются особенности обработки дискретных сигналов в условиях значительной априорной неопределенности информации о длительности символа. Задачу можно решить линейными процедурами путем параллелизма алгоритма принятия решения. Проблема усложняется при повышении требуемой точности и расширении диапазона изменения длительностей элементарного символа.

В таких условиях применение адаптивных процедур требует значительного времени на адаптацию или практически нереализуемо из-за высокой априорной неопределенности. Проанализируем возможности эвристического синтеза алгоритма, основанного на учете статистических свойств взаимных превышений двух и более случайных процессов [1, 11–12].

Рассмотрим широкополосный прием с интегрированием или фильтрацией после детектора, когда $\Delta f_п T >> 1$ ($\Delta f_п$ — полоса пропускания приемника, T — длительность элементарного символа). В этом случае отсчеты процесса на выходе решающего устройства можно считать распределенными по закону, близкому к нормальному. Математическое ожидание и дисперсия этого процесса определяются соотношениями [4]:

$$\Delta M[x] = M[x_1] — M[x_2], \qquad D[x] = D[x_1] + D[x_2].$$

Вероятность ошибочного приема рассчитывают по формуле [1–3, 12]:

$$P = \frac{1}{2}[1 - \Phi(\alpha)].$$

Здесь $\Phi(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\alpha} \exp(-\frac{x^2}{2}) dx$ — функция Крампа; $\alpha = \frac{\Delta M}{\sqrt{D}} = \frac{h}{\sqrt{2 + 2\Delta f T / h^2}}$ — отношение постоянной составляющей к эффективному значению переменной; $h^2 = \frac{a^2}{2\nu^2}$ — отношение энергии элемента сигнала к спектральной плотности помехи, где a — нормированная амплитуда сигнала, ν^2 — спектральная плотность помехи.

При обработке дискретных сигналов в указанных условиях возможно применение только непараметрических алгоритмов принятия решения. Сами по себе интересны статистические характеристики выбросов случайных процессов: длительность выбросов (превышений) $t_П$, длительность интервалов между выбросами $T_И$, значения максимумов выбросов ξ_m и т. д. [3]. Алгоритмы оптимизации принятия решения могут быть основаны на учете одной из детальных характеристик, например: число пересечений порога за время наблюдения, длительность интервалов превышения порога и т. д. Необходимо определить информативные признаки таких детальных характеристик взаимных превышений случайных процессов. Технически реализуемый инженерный учет этих данных позволит оптимизировать алгоритм приема и обработки сигналов в указанных условиях.

С энергетической точки зрения наибольшую точность в условиях значительной априорной неопределенности обеспечит учет площадей взаимных превышений $S_П$ (в пределе энергий). Однако это сложно реализовать в реальном масштабе времени алгоритмически и тем более технически.

Понятие выбросов является частным случаем понятия взаимных превышений для двух и более процессов, в том числе случайных. При обработке бинарных сигналов ставится задача анализа выбросов разностного процесса относительно нулевого порога. Она адекватна задаче анализа взаимных превышений огибающих двух процессов в каналах обработки сигналов [3, 11].

Для оптимизации задачи принятия решения в реальном масштабе времени целесообразно учитывать одновременно две и более детальные характеристики выбросов — например, длительность и величину превышения. Произведение длительности на уровень (амплитуда) превышения является оценкой площади превышения (с учетом коэффициента формы превышения) [11].

Воспользуемся двумя детальными характеристиками.

1. Относительный уровень превышения q:

$q = X_i(t) / X_j(t)$, где $X_i(t)$ и $X_j(t)$ — анализируемые процессы.

2. Относительная длительность превышений Θ:

$\Theta = t_П / \tau_К$, где $\tau_К$ — интервал корреляции процессов на выходе линейной части приемника, определяемый его полосой пропускания.

Совместный учет указанных характеристик технически сравнительно не труден. При этом его достоверность близка к показателям, получаемым при учете площадей превышений $S_П$. Учитывая значение термина «превышение», q должно быть больше 1, поэтому в бинарной ситуации при формировании двухпараметрических распределений q определяется соотношением [11]:

$$q = \begin{cases} \dfrac{x_1(t)}{x_2(t)}; & x_1(t) \ge x_2(t); \\ \dfrac{x_2(t)}{x_1(t)}; & x_2(t) \ge x_1(t). \end{cases} \tag{1}$$

Такой подход позволяет анализировать и многопараметрические распределения взаимных превышений двух и более случайных процессов.

Для повышения качества принятия решения необходимо сократить общее количество взаимных превышений процессов. Это следует из результатов анализа двумерных законов распределения взаимных превышений огибающей смеси сигнала и шума и огибающей шума [11]. Необходимо преобразовать процессы таким образом, чтобы, не нарушая отношения правдоподобия, получить формы двумерных распределений, легко различаемые решающим устройством [12].

Обе задачи решаются применением модифицированного алгоритма комбинированного сложения [1, 11, 14]:

$$X_{1П}(t) = [X_1(t) - K\,X_{2П}(t)]\;1[X_1(t) - K\,X_2(t)],$$
$$X_{2П}(t) = [X_2(t) - K\,X_{1П}(t)]\;1[X_2(t) - K\,X_1(t)], \tag{2}$$

где K — коэффициент, принимающий значения от 0 до 1; $1[Z(t)]$ — единичная ступенчатая функция, причем $1[Z(t)] = 1$ при $Z(t) > 0$ и $1[Z(t)] = 0$ при $Z(t) < 0$.

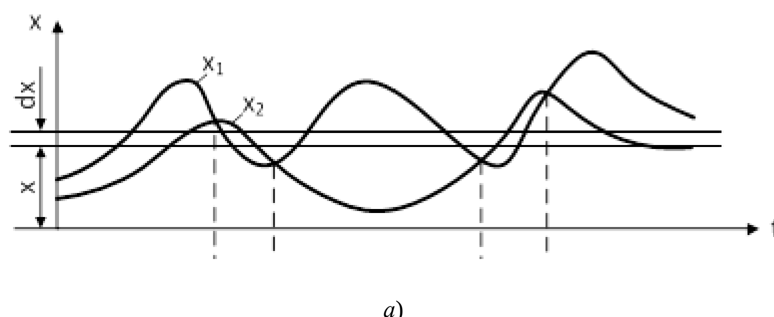
Спектры процессов $X_{1П}(t)$ и $X_{2П}(t)$, сформированных после обработки по алгоритму (2), расширяются. Их необходимо ограничивать до ширины спектров исходных информационных процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$.

Значение K определяет реализуемые модификации алгоритма и устройств комбинированного сложения. Речь идет об алгоритме взаимного преобразования, методе комбинированного сложения, системе перекрестного запирания [1, 11].

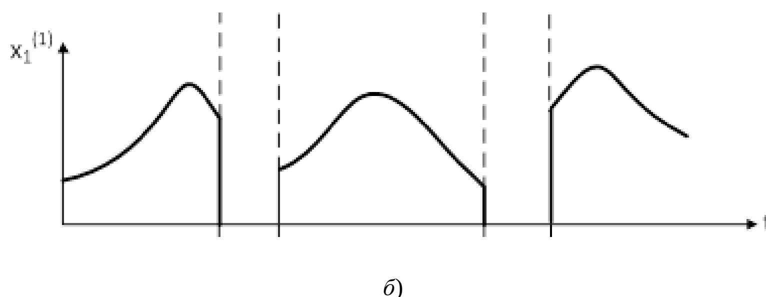
При $K = 1$ из детальных характеристик превышений учитывается только факт превышений процессов. Реализуется алгоритм автовыбора при разнесенном приеме сигналов [4] и взаимное преобразование при принятии решения [11].

При $K = 0{,}414$ учитываются и факт превышения одного процесса другим, и уровень превышения q [4]. Реализуется комбинированное сложение в разнесенном приеме. При $1 > K > 0$ учитывается не только факт превышения, но и уровень превышения q. Реализуется модифицированный метод комбинированного сложения при принятии решения.

Линейно-логические процедуры, реализуемые в результате эвристического синтеза, позволяют статистически преобразовать исходные случайные процессы. При $K = 1$ в (2) реализуется автовыбор процессов во времени. Непрерывные во времени процессы (рис. 2, *а*) превращаются в последовательности импульсов со случайными амплитудами $X_1^{(1)}(t)$ и $X_2^{(1)}(t)$ (рис. 2, *б* и 2, *в*).



а)



б)

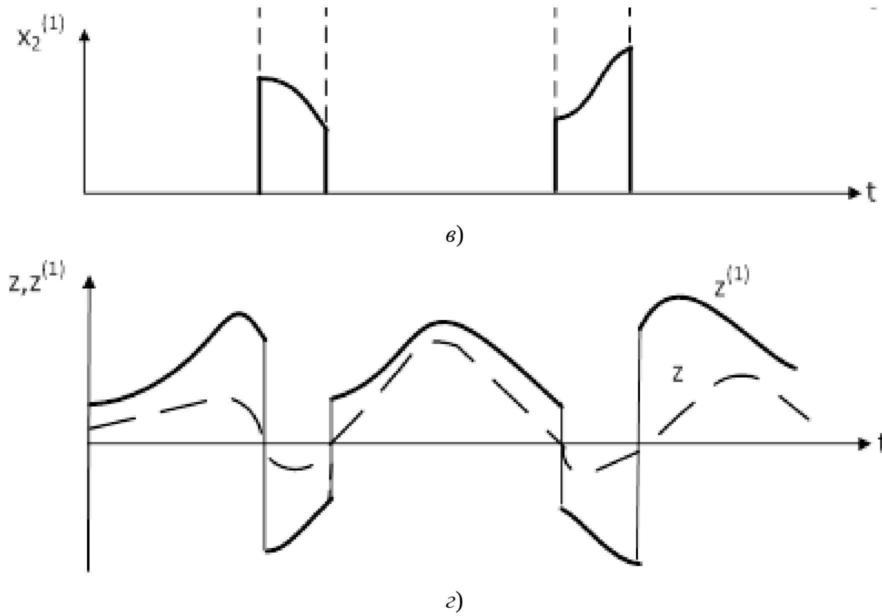


Рис. 2. Комбинированное сложение при K = 1

На рис. 2, *г* представлены разностные процессы $Z = X_1 - X_2$ без обработки и $Z^{(1)} = x_1^{(1)} - x_2^{(1)}$ после обработки по правилу (2).

Плотности распределения вероятностей процессов $X_1^{(1)}(t)$ и $X_2^{(1)}(t)$:

$$W_1^{(1)}(x) = A_1\delta(x) + W_1(x)F_2(x) \tag{3}$$

$$W_2^{(1)}(x) = A_2\delta(x) + W_2(x)F_1(x). \tag{4}$$

Коэффициенты A_1 и A_2 определяются из условия нормировки:

$$A_1 = 1 - \int_0^\infty W_1(x)F_2(x)dx, \tag{5}$$

$$A_2 = 1 - \int_0^\infty W_2(x)F_1(x)dx, \tag{6}$$

где $F_1(x)$ и $F_2(x)$ — интегральные функции распределения.

Из рассмотрения рис. 2, *а* — 2, *в* следует, что часть времени процессы $X_1^{(1)}(t)$ и $X_2^{(1)}(t)$ равны нулю. Поэтому их плотности распределения вероятностей $W_1^{(1)}(x)$ и $W_2^{(1)}(x)$ будут содержать дельта-функции — $\delta(x)$ (рис. 3).

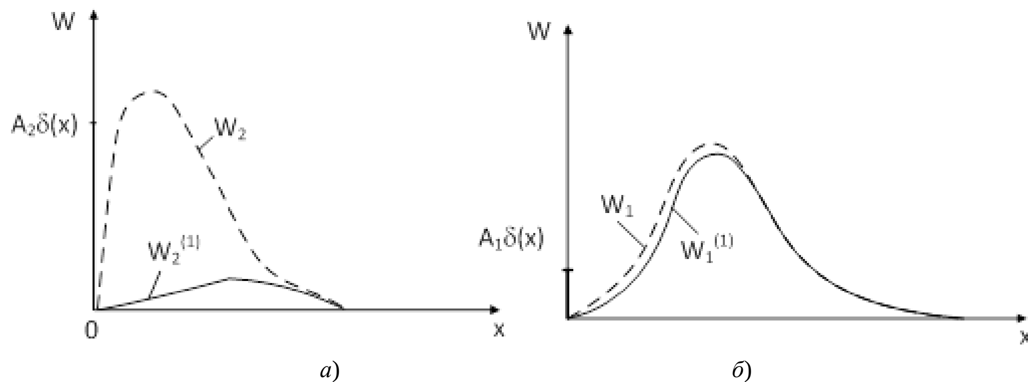


Рис. 3. Плотности распределения вероятностей процессов

На рис. 4 представлены плотности распределения вероятностей разностных процессов без обработки по правилу (2) $W(z)$ (рис. 4, *а*) и после обработки $W_1^{(1)}(Z)$ (рис. 4, *б*). Здесь Δ — зона стирания решающего устройства.

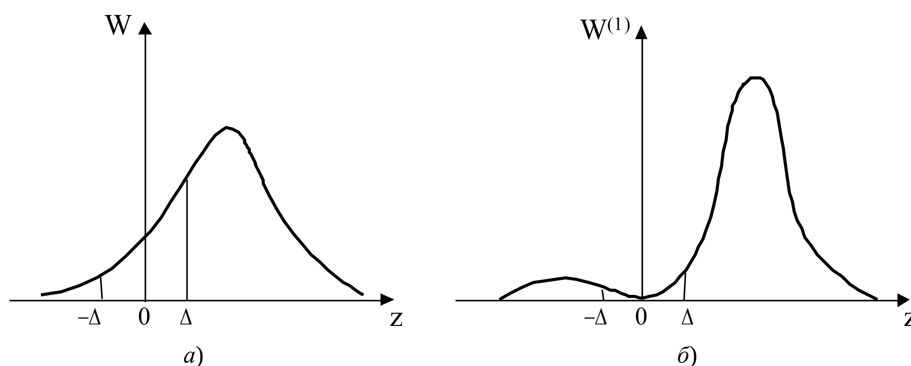


Рис. 4. Плотности распределения вероятностей процессов $Z(t)$, $Z^{(1)}(t)$

В соответствии с рис. 2, *б* и 2, *в* процессы после обработки по правилу (2) — импульсные. Их спектры будут шире спектров исходных процессов. Таким образом, обработка по правилу (2) не приведет к повышению качества приема, а только улучшит пороговые свойства [11–12, 16].

Полная процедура обработки включает две операции:

— линейно-логическую по правилу (2) (она нелинейна по сути, так как в спектре появляются составляющие, которых не было на входе);

— фильтрацию.

Фильтрация учитывает второй параметр превышений Θ — относительную длительность. Расширившиеся спектры процессов остаются в границах, задаваемых при формировании исходных процессов $X_1(t)$ и $X_2(t)$ (см. рис. 2, *а*).

Обработка по правилу (2) в зависимости от диапазона изменения длительностей ожидаемых сигналов и условий приема [12] может повторяться. При этом значения параметра *K* различны, всегда меньше 1 и увеличиваются в последующих циклах обработки.

Задачи автоподстройки частоты решаются более эффективно при использовании устройств, реализующих линейно-логическую обработку [14, 17–18]. Сравнительно несложными техническими средствами расширяются полосы захвата и удержания. Обеспечивается определенная устойчивость параметров автоподстройки в условиях воздействия аддитивных помех.

Результаты исследования. Результаты исследования алгоритма (2) в случае, когда сигналы зависимы, выходят за рамки настоящей статьи. Однако уже полученные данные показали эффективность алгоритма вплоть до значений коэффициентов взаимной корреляции процессов ρ = 0,5–0,6. Это хорошо согласуется с результатами решения задач разнесенного приема [2–4]. Алгоритмы модифицированного комбинированного сложения сигналов эффективны и при разнесенном приеме, и в задачах принятия решения. Однако рассмотрение особенностей их реализации выходит за рамки статьи.

Итак, оптимизация процедуры принятия решения при обработке дискретных сигналов в условиях значительной априорной неопределенности может быть выполнена на основе непараметрических алгоритмов, основанных на эвристическом учете детальных характеристик взаимных превышений случайных процессов. Большее количество учитываемых детальных характеристик усложняет алгоритм. Однако именно такой алгоритм обеспечивает большую инвариантность по помехоустойчивости в условиях изменения длительности ожидаемых сигналов. Синтезированные алгоритмы могут быть реализованы в виде процедур дополнительной обработки на ЭВМ и технически — в виде аналоговых устройств [14, 19].

Библиографический список

1. Финк, Л. М. Теория передачи дискретных сообщений / Л. М. Финк. — Москва : Советское радио, 1970. — 728 с.

2. Связь с подвижными объектами на СВЧ / Под ред. М. С. Ярлыкова, М. В. Чернякова. — Москва : Связь, 1979. — 520 с.

3. Фомин, Я. А. Теория выбросов случайных процессов / Я. А. Фомин. — Москва : Связь, 1980. — 216 с.

4. Parsons, J.-D. The Mobile Radio Propagation Channel / J.-D. Parsons. — Hoboken : Wiley&Sons, 2000. — 433 с.

5. Ипатов, В. П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / В. П. Ипатов. — Москва : Техносфера, 2007. — 488 с.

6. Андронов, И. С. Передача дискретных сообщений по параллельным каналам / И. С. Андронов, Л. М. Финк. — Москва : Советское Радио, 1971. — 408 с.
7. Стратонович, Р. Л. Принципы адаптивного приема / Р. Л. Стратонович. — Москва : Наука, 1973. — 144 с.
8. Тихонов, В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. — Москва : Радио и связь, 1983. — 320 с.
9. Филиппов, Л. И. Основы теории радиоприема дискретных сигналов / Л. И. Филиппов. — Москва : Наука, 1974. — 192 с.
10. Сикарев, А. А. Оптимальный прием дискретных сообщений / А. А. Сикарев, А. И. Фалько. — Москва : Связь, 1978. — 288 с.
11. Плаксиенко, В. С. Уровневая статистическая обработка дискретных сигналов / В. С. Плаксиенко. — Москва : Учебная литература, 2006. — 274 с.
12. Плаксиенко, В. С. Исследование двумерных распределений, взаимных превышений случайных процессов / В. С. Плаксиенко, Н. Е. Плаксиенко // Известия ТРТУ. — 2000. — № 1. — С. 29–33.
13. Плаксиенко, В. С. Комбинированное сложение сигналов / В. С. Плаксиенко, Д. В. Плаксиенко // Радиотехника. — 2001. — Вып. 54, № 7. — С. 70–72.
14. Устройство фазовой автоподстройки частоты : а. с. 1290519 СССР, А1 МКИ Н03L7/00 / В. С. Плаксиенко [и др.]. — № 3896423/09 ; заявл. 16.05.85 ; опубл. 15.02.87, Бюл. № 6. — 3 с.
15. Кловский, Д. Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам / Д. Д. Кловский. — Москва : Радио и связь, 1982. — 304 с.
16. Плаксиенко, В. С. Оптимизация некогерентных алгоритмов принятия решения / В. С. Плаксиенко // Электронные устройства и информационные технологии. — 1994. — Вып. 6. — С. 18–20.
17. Шахгильдян, В. В. Методы адаптивного приема сигналов / В. В. Шахгильдян, М. С. Лохвицкий. — Москва : Связь, 1974. — 160 с.
18. Шахгильдян, В. В. Системы фазовой автоподстройки частоты / В. В. Шахгильдян, А. А. Ляховкин. — Москва : Связь, 1972. — 448 с.
19. Плаксиенко, В. С. Особенности линейно-логической обработки сигналов / В. С. Плаксиенко, Н. Е. Плаксиенко, А. С. Сиденков // Prospero. — 2014. — № 1. — С. 108–113.

Поступила в редакцию 27.09.2018
Сдана в редакцию 27.09.2018
Запланирована в номер 21.10.2018

Received 27.09.2018
Submitted 27.09.2018
Scheduled in the issue 21.10.2018

Об авторе

Плаксиенко Владимир Сергеевич,
профессор кафедры «Встраиваемые и радиоприемные системы» Института радиотехнических систем и управления (ИРТСУ) Южного федерального университета (ЮФУ) (РФ, 347922, г. Таганрог, ул. Энгельса, 1), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1730-628X
vsp46@mail.ru

Author:

Plaksienko, Vladimir D.,
professor of the Embedded and Radio Receiving Systems Department, Institute for Radiotechnical Systems and Control, Southern Federal University (1, Engels St., Taganrog, 347922, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-1730-628X
vsp46@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62-192(075.8) https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-392-400

Надежность деталей и неремонтируемых узлов при проектировании машин*

Ю. П. Маньшин[1], Е. Ю. Маньшина[2]**
[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Reliability of parts and unrestorable components in the machine design***

Yu. P. Manshin[1], E. Yu. Manshina[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. В статье рассматриваются вопросы нормирования показателей надежности на ранних стадиях проектирования машин. Такой подход обеспечивает соблюдение заданного уровня надежности при разработке деталей, критичных с точки зрения стабильной эксплуатации. Цель работы — исследовать проблемы проектирования в указанной сфере. Анализ методов нормирования надежности позволяет утверждать, что их недостаточно для проектирования. Кроме того, отмечены противоречия, связанные с использованием в проектировании экспоненциального закона надежности.
Материалы и методы. На стадии технического задания определены численные значения наработки и безотказности машины. Затем значения вероятностей безотказной работы или отказов системы и ее элементов представлены степенными выражениями. В них степени являются параметрами ранжирования показателей безотказности элементов системы.
Результаты исследования. Синтезирован альтернативный подход к нормированию, который позволяет выполнить полный структурный анализ проекта. Таким образом, могут быть оценены показатели надежности всей системы или деталей, безотказность которых определяет надежность машин. Детали и другие элементы, отказы которых не внезапны, рассматриваются без применения экспоненциального закона. При этом сохраняется свойственная ему простота математических операций.
Обсуждение и заключения. Для проектирования с заданным уровнем надежности недостаточно числового значения вероятности безотказной работы (ВБР) машины в целом, принимаемого на стадии технического задания. Необходимы требуемые ВБР и наработки элементов системы, которые являются источниками отказов, развивающихся по разным законам. Полученные результаты могут быть использованы как при проектировании новых механических систем с заданным уровнем надежности, так и при модернизации машин.

Ключевые слова: надежность, вероятность, безотказность, наработка, машина, техническая система, элемент.

Introduction. The issues on standardization of reliability indices in the early stages of machine design are considered. This approach maintains the target level of reliability when developing parts that are critical in view of stable operation. The work objective is to study design problems in this area. The analysis of the reliability regulation methods suggests that they are insufficient to design. Besides, there are some contradictions associated with the use of the exponential failure law in design.
Materials and Methods. At the stage of the task order, the numerical values of the operation time and reliability of the machine are determined. Then the values of the reliability probabilities or failures of the system and its elements are shown by exponential expressions. In them, degrees are the ranking parameters of the system reliability indices.
Research Results. The alternative approach to normalization is synthesized; it enables to complete a full structural analysis. Thus, the reliability indices of the entire system or parts, whose operational safety determines the machine reliability, can be assessed. Parts and other components, whose failures are not sudden, are considered without using the exponential law. This preserves the inherent simplicity of mathematical operations.
Discussion and Conclusions. The numerical value of the reliability probability (RP) of the machine as a whole, taken at the stage of the task order, is insufficient for the reliability target design. The specified RP and running time of the system elements, which are sources of failures developing according to different laws, are required. The results obtained can be used both in designing new mechanical systems with the reliability target, and in the modernization of machines.

Keywords: reliability, probability, failure-free performance, running time, machine, technical system, element.

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: manshin@mail.ru, elemans@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

Образец для цитирования: Маньшин, Ю. П. Надежность деталей и неремонтируемых узлов при проектировании машин / Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С.392-400. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-392-400

For citation: Yu.P. Manshin, E.Yu. Manshina. Reliability of parts and unrestorable components in the machine design. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 392-400. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-392-400

Введение. Условия постановки на производство продукции машиностроения и единая система конструкторской документации (ЕСКД) [1–2] требуют, чтобы при разработке проекта машины учитывались следующие параметры надежности технических систем (ТС):
— долговечность — календарный срок службы T_k);
— безотказность — вероятность безотказной работы $P(t)$ ...);
— наработка $t = T$ часов (на этот период должна быть гарантирована ВБР).

Данные показатели согласуются на стадии технического задания (ТЗ) и характеризуют машину в целом. Разработчик должен повлиять на безотказность, которая является главным свойством надежности невосстанавливаемых ТС и в межремонтные периоды работы формирует долговечность восстанавливаемых ТС.

Наработка t является аргументом функции надежности $P(t)$. По любому закону надежности $P(t)$ монотонно убывает с наращиванием t. В силу этого для достижения требуемой ВБР наработка должна быть рационально минимизирована и выбрана в соответствии с логикой работы ТС [3].

Детали и невосстанавливаемые изделия, вырабатывая свой ресурс, определяют наработку системы на отказ. В идеале наработки элементов на отказ должны совпадать или хотя бы быть кратными выбранной наработке ТС. При этом календарный срок службы T_k и требуемая наработка T связываются соотношением:

$$T = T_k \cdot 365 \cdot K_{год} \cdot 24 \cdot K_{сут} \cdot ПВ\text{ , ч,} \qquad (1)$$

где T_k — календарный срок службы в годах; $K_{год}$ — коэффициент возможного использования ТС в год; $K_{сут}$ — коэффициент использования ТС в сутки; $ПВ$ — относительная продолжительность включения, которая представляет собой осредненное отношение времени включения (время разгона и время установившегося движения) ко времени рабочего цикла ТС.

Высокая вероятность безотказной работы (ВБР) возможна при снижении требуемой наработки. Если ее необходимо существенно увеличить, безотказность придется поддерживать следующим образом:
— чаще выполнять техническое обслуживание (ТО);
— при проектировании ключевых элементов закладывать более высокие затраты на обеспечение качества изделий [4, 5].

ВБР проекта может быть выбрана из существующих отраслевых нормативов, из конкурентных условий и по другим основаниям, в том числе из условных классов надежности, принятых для изделий машиностроения (табл. 1).

Таблица 1

Классы надежности изделий машиностроения

Класс надежности	0	1	2	3	4	5
Допустимое значение ВБР $P(t)$	≤ 0,9	≥ 0,9	≥ 0,99	≥ 0,999	≥ 0,9999	1

При рассмотрении классов надежности учитываются перечисленные ниже группы характеристик ТС [3, 6, 7].

1. По структурному типу изделий. Рассматриваются технологические комплексы, машины, агрегаты, механизмы и иерархия (уровни) их сборочных единиц и деталей. При последовательном взаимодействии элементов в большинстве машин ВБР растет с переходом к нижним уровням структурной схемы надежности. Тогда ВБР деталей при структурном анализе может приближаться к показателям 3–5 классов надежности.

2. По видам ТС. Планируемый уровень ВБР напрямую зависит от уровня ответственности производителя перед потребителем ТС. Безусловно, высочайший уровень ВБР планируется, например, для летательных аппаратов, машин химических производств, медоборудования, военной техники и т. п.

3. По видам последствий отказов. Планируемый уровень ВБР напрямую зависит от потенциального уровня ущерба при отказе машины (экономического, экологического, репутационного и пр.).

Общепринято [5, 6, 8–13] представление отказов ТС как внезапных. В этом случае ВБР описывается экспоненциальным законом

$$P(t) = e^{-\lambda t} \text{ .} \qquad (2)$$

Здесь интенсивность отказов λ в период нормального функционирования после приработки связывается со средней наработкой на отказ $\breve{T}$ системы

$$\lambda = 1/\breve{T} \tag{3}$$

с параметрами безотказности

$$\lambda = (-\ln P(T))/T\ . \tag{4}$$

Отсюда может быть рассчитана средняя наработка на отказ ТС

$$\breve{T} = -T/(\ln P(T))\ . \tag{5}$$

Этот алгоритм формирования параметров надежности ТС имеет как сторонников, так и критиков [7, 10, 14]. Все ли отказы происходят внезапно? Насколько верны параметры надежности ТС (3)–(5), вытекающие из экспоненциального закона? Эти вопросы возникают при определении интенсивности отказов (4) и соответствующей ВБР ТС (3) вне зависимости от методики оценки:

— по заданным наработке T и ВБР $P(T)$;
— по средней наработке на отказ $\breve{T}$;
— по результатам испытаний $\breve{T}$.

В литературе структурный анализ надежности ТС, преобразующих входное воздействие (ВВ) в выходные параметры (ВП) принято представлять как восходящий схемный анализ от ВБР элементов к ВБР систем. При этом рассматриваются структурные схемы: последовательные (рис. 1, *а*), параллельные (рис. 1, *б*) и комбинированные (рис. 1, *в*).

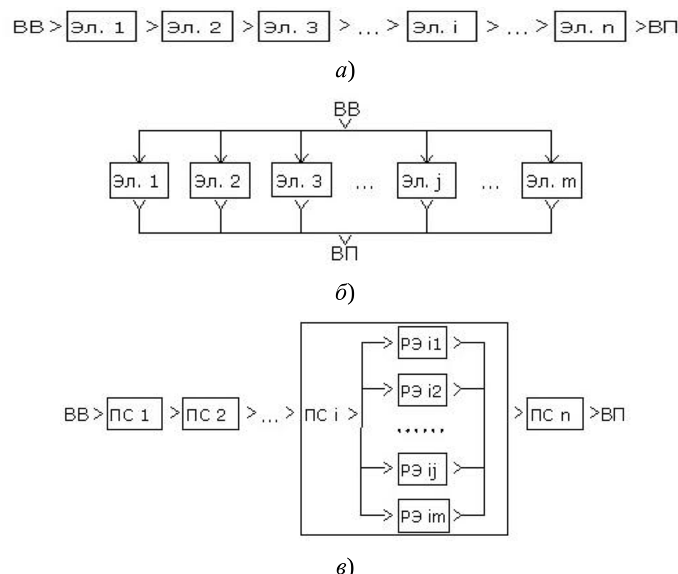


Рис. 1. Структурные схемы надежности технических систем при различных видах взаимодействия элементов

При последовательном взаимодействии элементов ТС (см. рис. 1, *а*), отказы которых независимы, экспоненциальный закон (2) представляет удобную математическую модель. Если ВБР системы $P(t)$ и элементов — подсистем $P_i(t)$ находятся в соотношении

$$P(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t)\,, \tag{6}$$

то интенсивности отказов системы λ и подсистем λ_i находятся в соотношении

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{7}$$

и ранжируются в зависимости от принятого принципа распределения интенсивностей по элементам.

Иерархическая структурная схема, сформированная из вложенных уровней подсистем и элементов [3, 6, 8–12], позволяет выборочно или по всей структуре выполнять нисходящий анализ [3, 9] (от ВБР ТС к ВБР элементов). Требуемые значения ВБР элементов вместе с требуемой наработкой являются исходными данными для проектирования деталей с заданным уровнем надежности [15, 16].

Алгоритм нисходящего анализа на базе (2) позволяет одинаково успешно распределять интенсивности и ВБР элементов по всем вложенным уровням структурных схем. Это справедливо для радиоэлектронных систем [10, 11]. Но на уровне деталей механической системы [3] возникает противоречие: нельзя применять экспоненциальный закон, если развитие постепенного отказа протекает по другому закону. Отказ системы произойдет в результате последовательного

взаимодействия, не связанного с экспоненциальным законом. В то же время разработка структурной схемы надежности ТС имеет смысл, если она служит основанием для проектирования деталей и подбора стандартизованных элементов с требуемой ВБР на выбранную наработку.

При анализе ВБР ТС с параллельным взаимодействием элементов (см. рис. 1, *б*) учитываются следующие условия:
— элементы включены постоянно,
— их отказы независимы,
— каждый из m элементов имеет ВБР $P_j(t)$,
— каждый из m элементов способен принять входное воздействие и преобразовать его в выходной параметр ТС (см. рис. 1, *б*).

В этом случае отказ ТС произойдет после отказа последнего работоспособного элемента. Вероятность отказа системы через вероятности отказов элементов:

$$F(t) = \prod_{j=1}^{m} F_j(t). \tag{8}$$

Из свойства

$$P(t) + F(t) = 1 \tag{9}$$

вероятность безотказной работы системы через ВБР элементов:

$$P(t) = 1 - \prod_{j=1}^{m} [1 - P_j(t)]. \tag{10}$$

Для однородных элементов

$$P(t) = 1 - \left[1 - P_j(t)\right]^m. \tag{11}$$

Если цель — обеспечение заданной ВБР ТС и учитываются однородные резервированные элементы, то использование выражения экспоненциального закона (2) дает простой расчет интенсивности отказов элементов или числа элементов m только в соотношении (11). Для более сложных соотношений (10) и комбинированных структур (см. рис. 1, *в*) примеры использования экспоненциального закона не приводятся.

Простое разделение на элементы невозможно, если речь идет о сложных структурах с разнонаправленным взаимодействием элементов, имеющих зависимые отказы. Параметры функционирования и надежности должны определяться для системы в целом, а для этого, возможно, потребуется выполнить большой объем аналитических и экспериментальных работ. Графическое представление таких схем [7, 9] сопровождается упоминанием о сложности модели функционирования и громоздкости расчетов надежности (например, сложное замкнутое взаимозависимое функционирование блоков двигателя внутреннего сгорания или реактивного двигателя).

Основная часть. Для конструктивной реализации ТС с любым видом взаимодействия необходимо изготовить детали, из которых составляют сборочные единицы, а затем функциональные модули (механизмы, агрегаты, блоки питания, блоки управления и т. п.). Современный модульный принцип построения машин предусматривает модульные операции: разработку, сборку и отладку, модификацию и модернизацию, ремонт, замену и т. п. Детали и прочие элементы находятся на нижнем уровне иерархической конструктивной системы, состоящей из вложенных блоков. Используя ее в качестве структурной схемы надежности, необходимо найти критерий распределения ВБР по элементам. Следует рассмотреть не функцию $P(t)$, а ее численное значение $P(T)$. В этом случае можно подставить заданную наработку T и при распределении численных значений ВБР по элементам использовать в качестве критерия стоимости восстановления структурных единиц в случае их отказов. В стоимость восстановления могут быть включены:
— стоимости используемых для ремонта материалов, изделий, диагностики и ремонтных работ;
— оцененные в денежных единицах последствия отказа (восстановление других отказавших элементов при зависимых отказах, потери от простоя ТС, страховые выплаты на возмещение ущерба и др.).

Задачей настоящего исследования является разработка метода нисходящего анализа структурных схем надежности, устраняющего отмеченные выше противоречия. Структурная схема надежности ТС должна быть инструментом распределения ВБР элементов по заданной ВБР ТС на начальных стадиях проекта. Тогда выбранная наработка и сбалансированные ВБР элементов будут исходными данными для проектирования с заданным уровнем надежности. Для этого структурная схема должна удовлетворять ряду условий.

1. Структурная схема должна основываться на структуре конструкции. Это упростит сложные функциональные связи между элементами

2. Структурная схема должна содержать математическую модель надежности, доступную для расчетов на ранних стадиях проекта.

3. Модель надежности по структурной схеме должна опираться не на экспоненциальный закон, а только на фундаментальные свойства надежности технических объектов и систем (6), (8)–(11).

4. Критерием ранжирования ВБР элементов должна быть стоимость восстановления элемента в случае его отказа. Ее можно рассматривать как денежный эквивалент возмещения ущерба от отказа.

5. Нисходящий структурный анализ должен применяться одинаково эффективно как для последовательно взаимодействующих, так и для резервированных и комбинированных схем надежности.

Альтернативное представление численного значения ВБР объекта. Пока время t имеет значение аргумента функции безотказности $P(t)$, она представляет собой функцию, убывающую по любому из известных законов или полученную статистическим путем. После выбора требуемой наработки $t = T$ ВБР получает значение $P(t) = P(T)$ в границах $0 < P(T) < 1$. Такое число может быть представлено множеством способов, из которых выбирается показательное выражение

$$P(T) = B^X. \tag{12}$$

X определяется из соотношения

$$X = lg\,(P(T))\,/\,lg\,B. \tag{13}$$

Приняв значение основания степени $B = 10$, получим выражение численного значения ВБР:

$$P(T) = 10^X, \tag{14}$$

откуда

$$X = lg\,P(T). \tag{15}$$

Показатель степени X назовем параметром ранжирования (ПР) ВБР ТС. В приложении к элементам системы показатели степени X_i также именуются параметрами ранжирования ВБР элементов. Далее в этом представлении рассматривается «самый простой и самый важный случай» [13] надежности систем.

ВБР элементов ТС при их последовательном взаимодействии. Рассмотрим структурную схему надежности ТС с последовательным взаимодействием элементов (см. рис. 1, *а*), отказы которых независимы. В этом случае отказ системы при отказе любого из n элементов в момент времени $t = T$ выражается через ВБР элементов согласно (6):

$$P(T) = \prod_{i=1}^{n} P_i(T).$$

В (6) произведение может быть получено множеством комбинаций $P_i(T)$ и видов их представления. Применив (14) для численных значений ВБР системы $P(T)$ и ее элементов, произведение $P(T) = P_1\,(T) \times P_2(T) \times ... \times P_n(T)$ можно представить:

$$10^X = 10^{X1} \times 10^{X2} \times ... \times 10^{Xn},$$

откуда связь ПР системы и элементов:

$$X = X_1 + X_2 + ... + X_n. \tag{16}$$

Из множества возможных комбинаций X_i в (16) выбираются вытекающие из стоимостей восстановления отказавших элементов C_i. При этом элементы с большей стоимостью восстановления должны обладать большими ВБР $P_i(t)$. То есть при стоимостях восстановления элементов C_1, C_2, …, Cn набору ПР элементов X_1, X_2, ..., X_n должен быть сопоставлен набор обратных величин стоимостей $1/C_1$, $1/C_2$, ..., $1/C_n$. Указанное соотношение может быть записано суммами

$$1 = \frac{\frac{1}{C_1}}{\sum\frac{1}{C_i}} + \frac{\frac{1}{C_2}}{\sum\frac{1}{C_i}} + ... + \frac{\frac{1}{C_n}}{\sum\frac{1}{C_i}},$$

в которых принятые условия для ПР X_i получаются из почленного равенства слагаемых:

$$\frac{X_i}{X} = \frac{\frac{1}{C_i}}{\sum\frac{1}{C_i}}.$$

Правую часть этого равенства назовем «весовой коэффициент стоимости восстановления последовательно взаимодействующих элементов»:

$$a_i = \frac{\frac{1}{C_i}}{\sum\frac{1}{C_i}}. \tag{17}$$

Значения ПР X_i, отвечающие условию ранжирования:

$$X_i = Xa_i\,. \tag{18}$$

Единица измерения стоимости восстановления не имеет значения, так как в (17) используются отношения стоимостей. Нисходящий анализ ВБР элементов ТС с последовательным взаимодействием рассмотрен в примере 1. Представленная ниже система содержит для простоты три элемента. Однако для действия алгоритма, основанного на (14–18), возможно любое число элементов.

Пример 1. Расчет вероятностей безотказной работы элементов ТС с последовательным взаимодействием (см. рис. 1, *а*). Исходные данные:

— ВБР системы $P(T) = 0{,}9$;
— число элементов $n = 3$;
— стоимости восстановления элементов (в у. е.): $C_1 = 5000$, $C_2 = 3000$, $C_3 = 2000$.

ПР для ВБР ТС (15): $X = lg\,P(T) = lg\,0{,}9 = –0{,}04576$.

Результаты пооперационного расчета ВБР элементов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Расчет ВБР элементов ТС с последовательным взаимодействием

Объект	C_i, у. е.	$1/C_i$	a_i (17)	X_i (18)	$P_i(T)$ (14)
ТС				–0,04576	0,9
Элемент 1	5000	0,0002	0,193548	–0,00886	0,979814
Элемент 2	3000	0,000333	0,322581	–0,01476	0,966584
Элемент 3	2000	0,0005	0,483871	–0,02214	0,950297
Контрольные суммы и произведения		$\sum(1/C_i)$	$\sum a_i$	$\sum X_i$	$P(T) = \prod P_i(T)$
		0,001033	1	–0,04576	0,9

ВБР элементов ТС при их параллельном взаимодействии. Рассмотрим следующую ситуацию: отказ системы при отказе всех элементов с вероятностью $F(T)$ в момент времени $t = T$, соответствующий выбранной наработке. В этом случае основное свойство параллельно взаимодействующих элементов (см. рис. 1, *б*) согласно (8) выражается через вероятность отказов элементов $F_j(T)$:

$$F(T) = \prod_{j=1}^{m} F_j(T)\,.$$

Принимая по аналогии с (14)

$$F(T) = 10^Y\,, \tag{19}$$

где Y определяется из логарифмического уравнения $lg\,(F(T)) = Y\,lg10$:

$$Y = lg\,F(T). \tag{20}$$

Показатель степени Y назовем параметром ранжирования вероятности отказа ТС. Если речь идет об элементах системы, показатели степени Y_j называются параметрами ранжирования вероятности отказа элементов. Условия (8, 19) могут быть представлены произведением $10^X = 10^{Y1} \times 10^{Y2} \times ... \times 10^{Yn}$, откуда

$$Y = Y_1 + Y_2 + ... + Y_n\,. \tag{21}$$

Из множества возможных комбинаций Y_j в (21) выбираются вытекающие из стоимостей восстановления отказавших элементов C_j. При этом элементы с большей стоимостью восстановления должны обладать меньшими вероятностями отказа (что также означает большие ВБР). То есть при стоимостях восстановления элементов C_1, C_2, ..., C_m ряду показателей степени $Y_1, Y_2, ..., Y_m$ должен быть сопоставлен ряд стоимостей $C_1, C_2, ..., C_m$. Указанное соотношение может быть записано суммами

$$1 = \frac{Y_1}{Y} + \frac{Y_2}{Y} + ... + \frac{Y_m}{Y} \text{ и } 1 = \frac{C_1}{\sum C_j} + \frac{C_2}{\sum C_j} + ... + \frac{C_m}{\sum C_j}\,.$$

Здесь выбранные условия для показателей степени при Y_j получаются из почленного равенства слагаемых: $\frac{Y_j}{Y} = \frac{C_j}{\sum C_j}$. Правую часть равенства назовем «весовой коэффициент стоимости восстановления при параллельном взаимодействии элементов»:

$$b_j = \frac{C_j}{\sum C_j}. \qquad (22)$$

Значения ПР Y_j, отвечающие сформулированному выше соотношению:

$$Y_j = Yb_j. \qquad (23)$$

Нисходящий анализ вероятностей отказов и ВБР элементов ТС с параллельным взаимодействием рассмотрены в примере 2. Система состоит из трех элементов.

Пример 2. Расчет вероятностей отказа и ВБР элементов технической системы с параллельным взаимодействием (см. рис. 1, *б*). Исходные данные:

— ВБР системы $P(T)$ = 0,9;
— число элементов m = 3;
— стоимости восстановления элементов (в у. е.): C_1 = 5000, C_2 = 3000 и C_3 = 2000.

Рассчитаем показатели надежности системы. Вероятность отказа системы из (9):

$$F(T) = 1 - P(T) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

Значения ПР для вероятности отказа системы из (20):

$$Y = lg\,F(T) = lg\,0{,}1 = -1.$$

Результаты пооперационного расчета приводятся в табл. 3.

Таблица 3

Расчет ВБР элементов ТС с параллельным взаимодействием

Объект	C_j, у. е.	b_j (22)	Y_j (23)	$F_j = 10^{Y_j}$	$P_j(T) = 1 - F_j(T)$
ТС			–1	0,1	0,9
Элемент 1	5000	0,5	–0,5	0,316228	0,683772
Элемент 2	3000	0,3	–0,3	0,501187	0,498813
Элемент 3	2000	0,2	–0,2	0,630957	0,369043
Контрольные суммы и произведения	$\sum C_j$	$\sum b_j$	$\sum Y_j$	$F(T) = \prod F_j(T)$	$P(T) = 1 - \prod (1 - P_j(T))$
	10000	1	–1	0,1	0,9

Пример 3. Расчет вероятностей безотказной работы элементов комбинированной ТС (см. рис. 1, *в*). Исходные данные:

— число последовательно взаимодействующих подсистем n = 3;
— число параллельно взаимодействующих элементов подсистемы ПС3 m = 4;
— ВБР системы $P(T)$ = 0,95;
— стоимости восстановления подсистем (в у. е.): C_1 = 5000, C_2 = 8000, C_3 = 12000;
— стоимости восстановления параллельно взаимодействующих элементов (в у. е.): $C_{3,1}$ = 3000, $C_{3,2}$ = 4000, $C_{3,3}$ = 5000, $C_{3,4}$ = 6000.

Рассчитаем параметры надежности системы. ПР для ВБР ТС из (15):

$$X = lg\,P(T) = lg\,0{,}95 = -0{,}022276.$$

Результаты пооперационного расчета приводятся в табл. 4 и 5.

Таблица 4

Расчет ВБР подсистем ТС с последовательным взаимодействием

Объект	C_i, у. е.	$1/C_i$	a_i (17)	X_i (18)	$P_i(T)$ (14)	
ТС				–0,022276	0,95	
ПС 1	5000	0,000200	0,489796	–0,010911	0,975190	
ПС 2	8000	0,000125	0,306122	–0,006819	0,984421	
ПС 3	12000	0,000083	0,204082	–0,004546	0,989587	◄*
Контрольные суммы и произведения		$\sum (1/C_i)$	$\sum a_i$	$\sum X_i$	$P(T) = \prod P_i(T)$	
		0,000408	1	–0,022276	0,95	
*◄ — знак выбора подсистемы для дальнейшего нисходящего анализа.						

Из табл. 4 ВБР подсистемы ПС3 $P_3(T)$ = 0,989587. Вероятность отказа ПС3 (8)
$F_3(T)=1-P_3(T)=1-0,989587=0,010413$. ПР для вероятности отказа ПС3 (22):
$Y=\lg F_3(T)=lg0,010413=-1,982407$.
Результаты пооперационного расчета приводятся в табл. 5.

Таблица 5

Расчет ВБР элементов ТС3 с параллельным взаимодействием

Объект	C_j, у. е.	b_j (22)	Y_j (23)	$F_j=10^{Yj}$	$P_j(T)=1-F_j(T)$
ПС3			–1,982407	0,010413	0,989587
Элемент 3,1	3000	0,166667	–0,330401	0,467303	0,532697
Элемент 3,2	4000	0,222222	–0,440535	0,362631	0,637369
Элемент 3,3	5000	0,277778	–0,550669	0,281405	0,718595
Элемент 3,4	6000	0,333333	–0,660802	0,218372	0,781628
Контрольные суммы и произведения	$\sum C_j$	$\sum b_j$	$\sum Y_j$	$F(T)=\prod F_j(T)$	$P(T)=1-\prod(1-P_j(T))$
	18000	1	–1,982407	0,010413	0,989587

Следует принять требуемую наработку ТС и всех ее элементов (1), чтобы ВБР элементов, рассчитанных в табл. 2–5, были исходными данными для расчета и подбора элементов с заданным уровнем надежности.

Необходимо определить полученные ресурсы по соответствующим моделям надежности с расчетными ВБР (табл. 2, 3, 5). Для этого учитываются размеры и конструктивные параметры элементов (деталей, стандартных и других невосстанавливаемых изделий), полученные на стадии эскизного проекта. Затем могут быть приняты меры для сближения полученных и заданных ресурсов [15, 16].

Заключение. Разработан и проверен на численных примерах метод нисходящего анализа структурных схем надежности машин. Его алгоритм совпадает с последовательностью стадий проектирования: от ВБР машины — к ВБР ее деталей. Выбор требуемой наработки и распределение ВБР по деталям на начальных стадиях проекта обеспечивают возможность проектирования с заданным уровнем безотказности. Структурная схема может базироваться на структуре конструкции. Таким образом, обеспечивается универсализация подхода к формированию структурных схем надежности при различных видах взаимодействия элементов. Критерий ранжирования ВБР элементов — стоимость восстановления элемента в случае его отказа. В нее на любом уровне структурной схемы включается денежный эквивалент стоимостей материалов, изделий, ремонтных работ, ущерба от отказа. Они с достаточной точностью известны на начальной стадии разработки машин.

Устранена необходимость использования экспоненциального закона при нормировании надежности и разработке ее структурных схем. Анализ ВБР опирается только на фундаментальные свойства надежности, общие для всех технических объектов и систем. Алгоритм анализа сохраняется на всех уровнях структурных схем, включая уровни деталей.

Математические модели структурных схем просты, доступны для расчетов на ранних стадиях проекта, одинаково эффективны для последовательно взаимодействующих, резервированных и комбинированных схем надежности. Они дают удобные возможности алгоритмизации, программирования и коррекции данных.

Библиографический список

1. ГОСТ 15.001-88. Система разработки и постановки продукции на производство. Продукция производственно-технического назначения / Государственный комитет СССР по стандартам. — Москва : Изд-во стандартов, 1988. — 7 с.

2. ГОСТ 2.103-2013. Единая система конструкторской документации. Стадии разработки / Всероссийский научно-исследовательский институт стандартизации и сертификации в машиностроении ; Научно-исследовательский центр CALS-технологий «Прикладная логистика» ; Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии ; Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации. — Москва : Изд-во стандартов, 2015. — 6 с

3. Маньшин, Ю. П. Планирование и оценка надежности технической системы на ранних стадиях проекта / Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 7-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 17-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2014». — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2014. — С. 169–171.

4. Ковалев, А. Н. Экономическое обеспечение надежности машин / А. Н. Ковалев, Б. И. Кантор, А. Б. Можаев. — Москва : Машиностроение, 1991. — 238 с.
5. Дальский, А. М. Технологическое обеспечение надежности высокоточных деталей машин / А. М. Дальский. — Москва : Машиностроение, 1975. — 225 с.
6. Волков, Д. П. Надежность строительных машин и оборудования / Д. П. Волков, С. Н. Николаев. — Москва : Высшая школа, 1979. — 400 с.
7. Пронников, А. С. Параметрическая надежность машин / А. С. Пронников. — Москва : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. — 560 с.
8. Шубин, В. С. Надежность оборудования химических и нефтеперерабатывающих производств / В. С. Шубин, Ю. А. Рюмин. — Москва : Химия ; КолосС, 2006. — 359 с.
9. Андросов, А. А. Курсовое проектирование технических систем с заданным уровнем надежности / А. А. Андросов, Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2013. — 93 с.
10. Половко, А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2006. — 704 с.
11. Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных систем / Г. В. Дружинин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Энергия, 1977. — 536 с.
12. Маньшин, Ю. П. Расчеты параметров надежности элементов при проектировании машин / Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 10-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 20-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2017». — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2017. — С. 261–263.
13. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. — Москва : Наука, 1965. — 573 с.
14. Хозяев, И. А. Надежность биотехнических систем / И. А. Хозяев. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2014. — 235 с.
15. Маньшин, Ю. П. Приближенная оценка ресурса детали, обеспечивающая ее требуемый ресурс с заданной вероятностью безотказной работы / Ю. П. Маньшин, Е. Ю. Маньшина // Вестник машиностроения. — 2017. — № 12. — С. 20–24.
16. Man'shin, Yu. P. Estimating the Life of a Machine Part / Yu. P. Man'shin, E. Yu. Man'shina // Russian Engineering Research. — 2018. — Vol. 38, № 3. — P. 157–162. DOI : https://doi.org/10.3103 / S1068798X18030103

Поступила в редакцию 21.08.2018
Сдана в редакцию 21.08.2018
Запланирована в номер 19.10.2018

Received 21.08.2018
Submitted 21.08.2018
Scheduled in the issue 19.10.2018

Об авторах

Маньшин Юрий Павлович,
доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2246-2965
manshin@mail.ru

Маньшина Елена Юрьевна,
старший преподаватель кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID:http://orcid.org/0000-0002-3027-1309
elemans@mail.ru

Authors:

Manshin, Yury P.,
associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-2246-2965
manshin@mail.ru

Manshina, Elena Yu.,
senior lecturer of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),
ORCID:http://orcid.org/0000-0002-3027-1309
elemans@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 669.-175.2:621.7.022.6 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-401-407

К вопросу о наноразмерных явлениях в процессе электроакустического напыления*

В. Х. Аль-Тибби[1], В. С. Минаков[2]**
[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

On nanoscale phenomena in the electroacoustic sputtering process***

W. H. Al-Tibbi[1], V. S. Minakov[2]**
[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Исследовано действие варьируемых параметров процесса электроакустического напыления (ЭЛАН) на характеристики кристаллической структуры упрочняющих покрытий. Выявлены значения указанных параметров, обеспечивающие получение наноструктурных защитных покрытий деталей машин и режущего инструмента. Упрочнение при помощи подобных покрытий позволяет достичь значительного (в 5–10 раз) повышения ресурса работы упрочняемых деталей и инструментов, предназначенных для механообработки. Для получения покрытий с заданными свойствами поверхностного слоя следует выбирать нанокристаллические материалы. При этом допустимо определенное содержание аморфной фазы.
Материалы и методы. Использован рентгеноструктурный анализ, который проводился на рентгеновском дифракционном аппарате отечественного производства «ДРОН-3М». Метод Шеррера — Вилсона применен с целью определения зернистости блоков частиц по значению физического уширения пиков дифрактограммы. Выводы по результатам работы основаны на методике разделения вкладов значащих факторов в уширение пиков дифракционных отражений (метод Уоррена — Авербаха).
Результаты исследования. В зависимости от технологических режимов и метода получения наноструктурных материалов происходит неоднозначно интерпретируемое изменение показателей уширения дифракционных пиков, что, в общем, характерно для нанокристаллических металлов. Это явление можно объяснить, в частности, наличием наноразмерного эффекта в упрочненном слое. Присутствие нанокристаллической структуры в напыленном слое напрямую подтверждается вычисленными значениями размеров областей когерентного рассеивания (ОКР). Наличие значимых величин угла разориентирования структуры кристаллов подтверждается величиной ОКР для исследованных рефлексов 110 и 220, что подкрепляется высоким процентным содержанием аморфной фазы.

Introduction. The effect of variable parameters of the electroacoustic sputtering (ELAS) process on the characteristics of the crystalline structure of hardening coatings is studied. The ELAS parameter values providing nanostructured cover coatings for machine parts and cutting tools are determined. Hardening through using such coatings allows achieving a significant (5-10 times) increase in the life of hardenable machine parts and various tools designed for mechanical processing. To obtain coatings with the desired properties of the surface layer, nanocrystalline materials should be selected. In this case, a certain content of the amorphous phase is permissible.
Materials and Methods. To carry out the X-ray structural analysis, the X-ray diffraction Russian-made device DRON-3M was used. The Scherrer-Wilson method was applied to determine the granularity of particle blocks from the value of the intrinsic broadening of the diffractogram peaks. The conclusions obtained in this paper are based on the method of separation of the affecting factor contributions into broadening the diffraction reflection peaks (the Warren-Averbach method).
Research Results. Depending on the process conditions and the technique for obtaining nanostructured materials, a non-uniquely interpretable change in the indices of the diffraction peaks broadening occurs, which is generally characteristic of nanocrystalline metals. One of the possible explanations for this phenomenon is the presence of a nanosized effect in the hardened layer. The occurrence of the nanocrystalline structure in the sputtered layer verifies the calculated values of the dimensions of the coherent scattering regions (CSR). The occurrence of affecting values of the misorientation angle of the crystal structure is verified by the CSR value for the investigated 110 and 220 reflexes, which is supported by a high percentage of the amorphous phase.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: nb1979@mail.ru, vs_minakov@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

Обсуждение и заключения. Метод электроакустического напыления перспективен для получения нанокристаллических структур в поверхностном и приповерхностном слоях напыленных образцов. Изменение технологических параметров ЭЛАН приводит к разбросу значений параметров кристаллической решетки и областей когерентного рассеивания. В этом случае не выявляется определенная тенденция. В дальнейшем предполагается решение данной проблемы. Во-первых, будут проведены эксперименты с целью определения оптимальных режимов напыления, способствующих образованию нанокристаллических структур. Во-вторых, планируется визуальное наблюдение и оценка структуры напыляемого слоя при помощи электронной микроскопии.

Discussion and Conclusions. The electroacoustic scattering method is promising for obtaining nanocrystalline structures in the surface and subsurface layers of the sprayed samples. The ELAS process variables variation leads to the parameter spread of the crystal lattice and coherent scattering areas. In this case, there is no definite trend. In the future it is expected to solve the given problem. First, experiments will be conducted to determine the optimal sputtering regimes that could stimulate the formation of nanocrystalline structures. Secondly, visual observation and evaluation of the sprayed layer structure using electron microscopy is planned.

Ключевые слова: нанокристаллические структуры, упрочняющие покрытия, кристаллическая решетка, дифрактометрические исследования, электроакустическое напыление.

Keywords: nanocrystalline structures, hardening coatings, crystal lattice, diffractometric studies, electroacoustic sputtering.

Образец для цитирования: Аль-Тибби, В. Х. К вопросу о наноразмерных явлениях в процессе электроакустического напыления / В. Х. Аль-Тибби, В. С. Минаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 401-407. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-401-407

For citation: W.H. Al-Tibbi, V.S. Minakov. On nanoscale phenomena in the electroacoustic sputtering process. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 401-407. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-401-407

Введение. Получение наноструктурных упрочняющих покрытий является актуальной и перспективной технической задачей [1, 2]. Многочисленные исследования в области материаловедения показали, что ощутимое (в несколько раз) изменение прочности, твердости, износостойкости материалов возможно при уменьшении кристаллических зерен до определенного значения.

В рамках данного исследования предполагается изучение кристаллической микроструктуры упрочняющих покрытий с использованием способа электроакустического напыления (ЭЛАН) [3, 4, 5]. Такое упрочнение предполагает использование электрической искры (высококонцентрированный поток энергии) и ультразвуковых колебаний продольно-крутильной направленности. ЭЛАН-упрочнение с использованием специализированной установки позволяет в 5–10 раз повысить ресурс работы деталей и инструментов.

В работе технологические параметры ЭЛАН варьируются с целью выявления их значений, способствующих получению наноструктурных защитных покрытий деталей и режущего инструмента. Для создания защитных покрытий с требуемыми свойствами нередко используют сплавы в аморфном состоянии. Однако по распространенности нанокристаллические материалы в некоторых областях уже опередили аморфные. Нанокристаллы в гораздо меньшей степени релаксируют в процессе использования покрытия и по свойствам не уступают аморфным материалам. Очевидно, что для получения покрытий с заданными и стабильными свойствами поверхностного слоя следует выбирать нанокристаллические материалы, пусть и с определенным содержанием аморфной фазы.

Материалы и методы. Для выявления в поверхностном слое нанокристаллических материалов активно используются резонансные методы, методы рентгеноструктурного анализа, электронная микроскопия и др. [2]. В представленной работе для оценки параметров микроструктуры применяется наиболее доступный метод, основанный на выявлении уширений дифракционных отражений при рентгеноструктурном анализе образцов. Для рентгеноструктурного анализа использован рентгеновский дифракционный аппарат российского производства «ДРОН-3М». Анализировалось характеристическое излучение железного анода с выделением λK_α — спектральной линии образца, а также детектора. Характеристики рентгеновской трубки: 25 кВ, 5 мА. Использовался метод фокусировки излучения по Брэггу — Брентано [6]. Выбранные параметры детектора: скорость движения — 1 град/мин, время интегрирования — 5 с. При определении расстояний между плоскостями измерения ошибка составила ± 0,001 Å, что аналогично определению положения дифракционных максимумов с точностью ± 0,02 градуса. Исследовались образцы цилиндрической формы из стали 45. Диаметр и высота образца — 6 мм.

Для идентификации образцов на лицевой поверхности каждого из них наносились специальные метки при помощи ЭЛАН. В качестве эталона был выбран не близкий к чистому α-Fe, а образец без напыления из стали 45.

Результаты исследования. Полученные в ходе работы профили представлены на рис. 1.

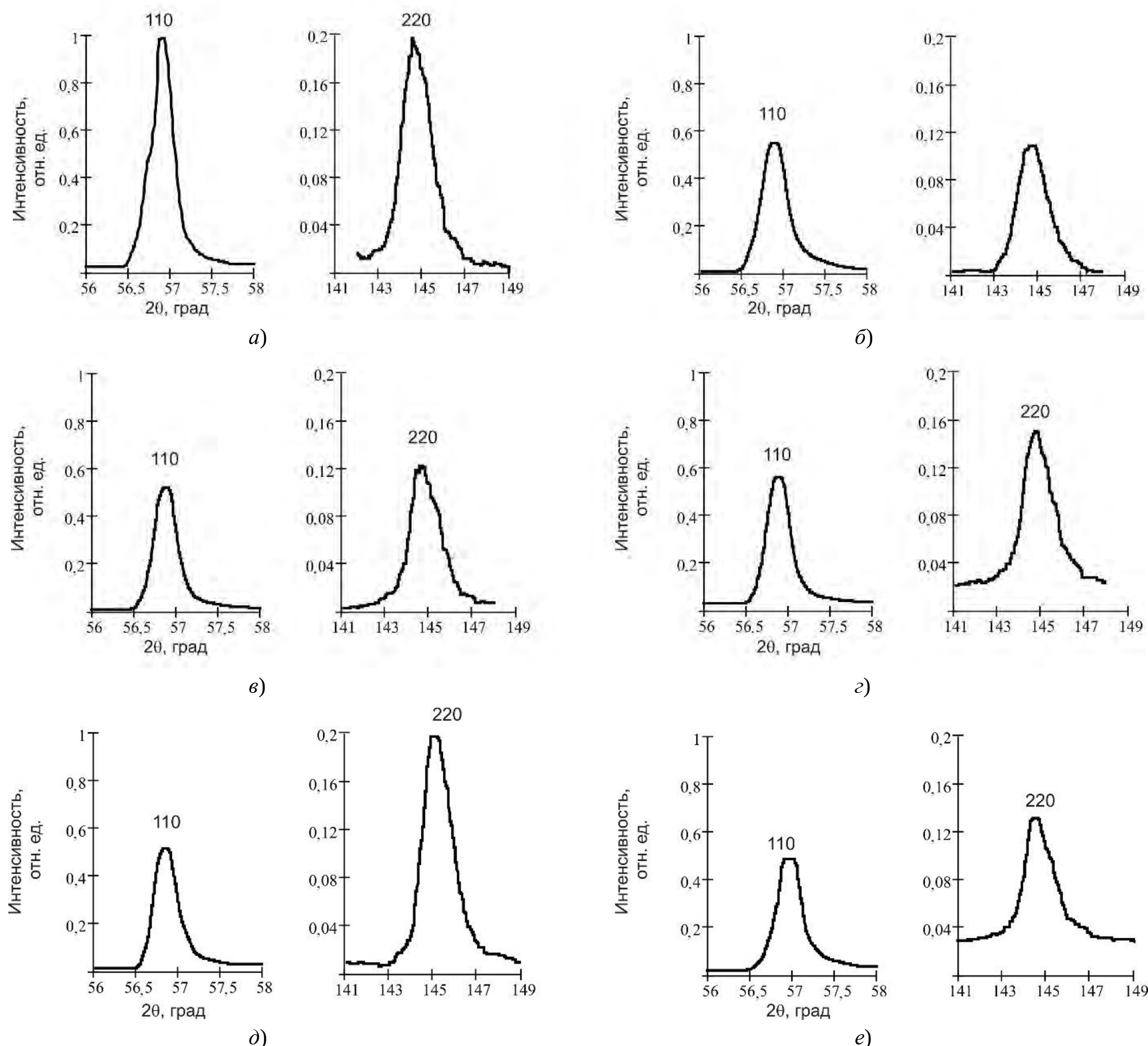


Рис. 1. Дифракционные отражения с профилями: эталон с крупным размером зерен (*а*);
образец для напыления (U = 16,9 В, A = 4,9 мкм) (*б*); U = 13,1 В, A = 15,2 мкм (*в*); U = 12,9 В, A = 9,9 мкм (*г*);
U = 12,9 В, A = 5,1 мкм (*д*); U = 9,1 В, A = 15,1 мкм (*е*)

Форма дифракционных профилей для эталонного образца приведена на рис. 1 (*а*), для образцов с нанесенным покрытием на приведенных режимах — на рис. 1 (*б*) — (*е*). Варьируемые параметры ЭЛАН — напряжение электрода-анода (U) и величина амплитуды (A) колебаний ультразвуковой частоты.

Дифрактограммы эталонного и исследуемого образца демонстрируют отношение значений интенсивностей. По этим данным рассчитывалось соотношение кристаллизовавшегося и аморфного материала. Вклад текстурной составляющей не учитывался.

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод, что основной фазой в большинстве исследуемых образцов является α — Fe. Метод Шеррера — Вилсона (наиболее подходящий в данном случае) был использован с целью определения зернистости блоков частиц по значению физического уширения пиков дифрактограммы [7]. В табл. 1 представлены сводные данные по результатам исследования:

— физическое уширение β,
— межплоскостное расстояние d,
— размерный параметр кристаллической решетки a,
— размер областей когерентного рассеивания.

Таблица 1

Расчетные параметры кристаллической структуры и данные дифрактограмм

Параметр / образец	Рефлекс											
	110						220					
	1	2	3	4	5	эт.	1	2	3	4	5	эт.
$\beta \cdot 10^{-3}$, рад	2,01	1,71	1,68	1,81	1,95	1,39	8,47	8,34	8,62	8,87	10,01	8,06
2θ, град	56,916	56,86	56,926	56,876	56,976	57,2	144,66	144,7	144,78	144,91	144,53	144,4
d, Å	2,026	2,028	2,025	2,027	2,024	2,019	1,013	1,0129	1,0126	1,0122	1,0132	1,0129
a, Å	2,8553	2,8581	2,8539	2,8567	2,8525	2,8465	2,8539	2,8561	2,8553	2,8793	2,8571	2,8571
D, нм	111	130	131	123	114	–	76	77	75	73	64	–
Содержание аморфной компоненты, %	59	55	57,5	53,5	51	–	59	75	81	98	79	–

В качестве основных выделены рефлексы 110 и 220.

Данные табл. 1 ясно говорят о значительном уширении дифракционных пиков. Логично предположить, что такая ширина в нашем случае обусловлена в большей мере мелкодисперсной структурой кристаллитов, чем дислокационными микронапряжениями поверхностного слоя. Для подтверждения данного вывода вклады от указанных факторов оценены методом Уоррена — Авербаха [8]. В пользу сформулированного выше предположения косвенно свидетельствует смещение на дифрактограммах центра тяжести пиков с одновременным увеличением параметра решетки *a* до 1,15–1,17 %. Само смещение невелико, но ощутимо (выражается в сотых долях градуса).

Рассмотрим явления, происходящие при изменении значений технологических режимов (электрического напряжения и амплитуды колебаний), и их влияние на величину уширения пиков дифрактограммы в зависимости от размерного параметра решетки (рис. 2).

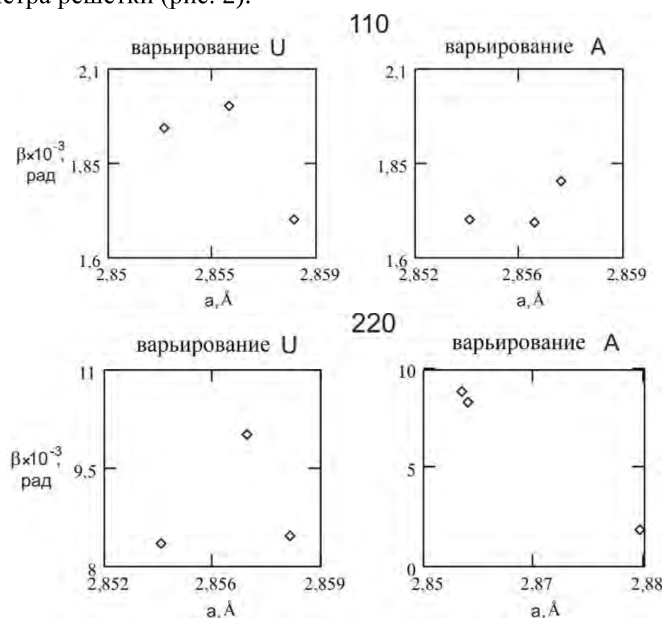


Рис. 2. Влияние варьирования режимов ЭЛАН на зависимость параметра решетки *a* от величины уширения пиков дифрактограмм β

Как и предполагалось, изменение режимов напыления влияет на параметр решетки *a* без определенной прослеживаемой зависимости. При этом изменения значений *a* прямо пропорциональны величине уширения линий дифрактограммы. В работе [9] сравнимые пропорциональные зависимости можно наблюдать для различных оксидов.

Такие неоднозначно интерполируемые зависимости свойственны наноструктурным материалам (в частности, металлам) и определяются физическим способом их синтеза [1, 10] (рис. 3).

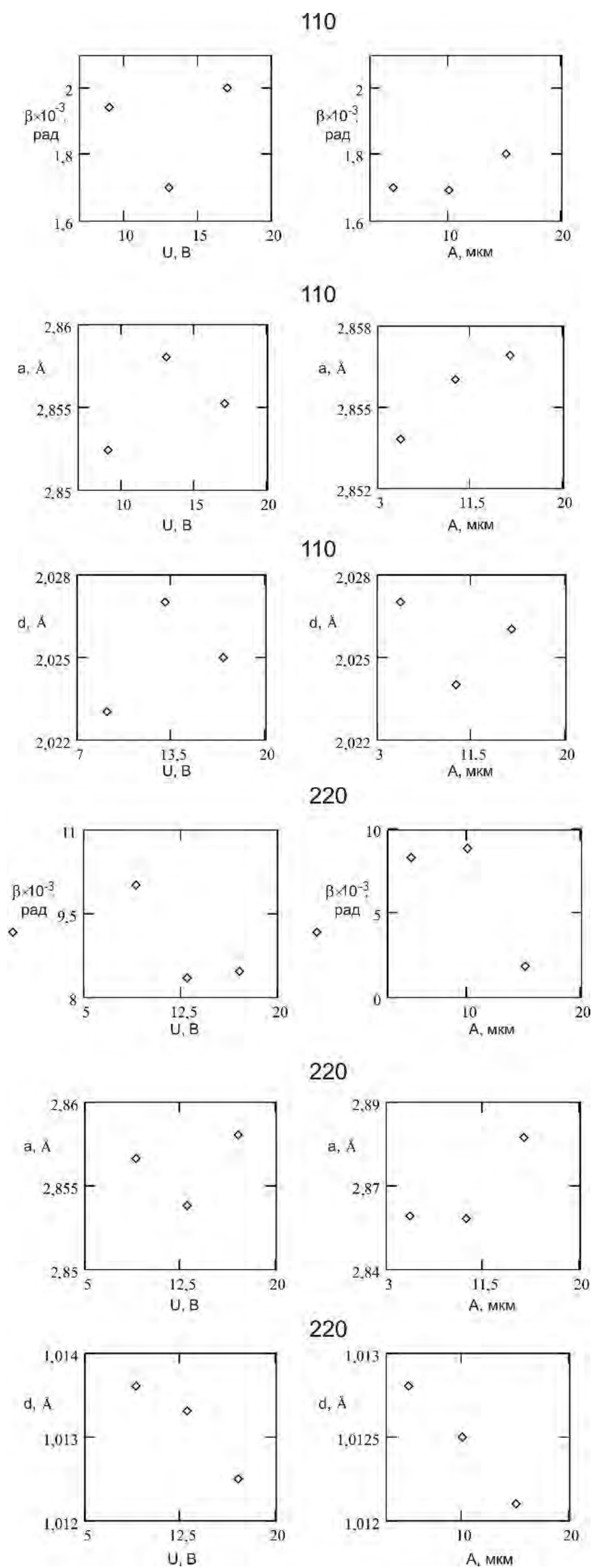


Рис. 3. Влияние варьируемых параметров ЭЛАН на параметры микроструктуры

Возможно, это явление объясняется наличием наноразмерного эффекта в упрочненном слое. Присутствие нанокристаллической структуры в напыленном слое напрямую подтверждается вычисленными значениями размеров областей когерентного рассеивания (ОКР). Наличие значимых величин угла разориентирования структуры кристаллов подтверждается величиной ОКР для исследованного рефлекса 110, а также заметно для рефлекса 220, что подкрепляется высоким процентным содержанием аморфной фазы. Похожие явления могут быть вызваны также высокими значениями углов разориентирования кристаллитов относительно друг друга.

Подводя итоги, можно констатировать, что все вышеперечисленные явления (в том числе размеры областей когерентного рассеивания) прямо подтверждают наличие наноразмерного эффекта [1].

Обсуждение и заключения. Итак, метод электроакустического напыления перспективен для получения нанокристаллических структур в поверхностном и приповерхностном слоях напыленных образцов. Изменение технологических параметров ЭЛАН приводит к появлению указанного в работе разброса значений параметров кристаллической решетки и областей когерентного рассеивания без определенной выявленной тенденции. В дальнейшем указанная проблема будет решена. Этому может способствовать экспериментальное определение оптимальных режимов напыления, обеспечивающих образование нанокристаллических структур. Кроме того, структуру напыляемого слоя можно наблюдать и оценивать с помощью электронной микроскопии.

Библиографический список

1. Гусев, А. И. Нанокристаллические материалы / А. И. Гусев, А. А. Ремпель. — Москва : Физматлит ; Наука, 2001. — 222 с.

2. Валиев, Р. З. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства / Р. З. Валиев, И. В. Александров. — Москва : Академкнига, 2007. — 397 с.

3. Минаков, В. С. Разработка комплексных механических и электрофизических процессов обработки на основе использования энергии трансформируемых ультразвуковых колебаний : дис. … д-ра тех. наук / В. С. Минаков. — Ростов-на-Дону, 1989. — 350 с.

4. Кочетов, А. Н. Барьерно-дислокационный механизм упрочнения деталей машин методом электроакустического напыления : дис. … канд. тех. наук. — Ростов-на-Дону, 1996. — 185 с.

5. Влияние материалов с различными физико-механическими свойствами на износостойкость режущего инструмента, упрочненного методом электроакустического напыления / В. С. Минаков [и др.] // Технологии ремонта, восстановления и упрочнения деталей машин, механизмов, оборудования, инструмента и технологической оснастки : мат-лы 9-й междунар. практ. конф. — Санкт-Петербург, 2007. — С. 23–29.

6. Усманский, Я. С. Физика металлов / Я. С. Усманский, Ю. А. Скаков. — Москва : Атомиздат, 1978. — 445 с.

7. Вишняков, Я. Д. Современные методы исследования структуры деформированных кристаллов / Я. Д. Вишняков. — Москва : Металлургия, 1975. — 104 с.

8. Горелик, С. С. Рентгенографический и электронно-оптический анализ / С. С. Горелик, Ю. А. Скаков, Л. Н. Расторгуев. — Москва : МИСИС, 1994. — 336 с.

9. Кофанов, Н. Б. О размерных эффектах в титанате бария / Н. Б. Кофанов, Ю. А. Куприна, М. Ф. Куприянов // Известия Академии наук. — 2002. — Т. 66, № 6. — С. 839–841. — (Серия физическая).

10. Аль-Тибби, В. Х. Влияние дисперсности микроструктуры покрытий, получаемых методом электроакустического напыления, на износостойкость режущего инструмента : дис. … канд. тех. наук / В. Х. Аль-Тибби. — Ростов-на-Дону, 2006. — 210 с.

Поступила в редакцию 25.06.2018
Сдана в редакцию 25.06.2018
Запланирована в номер 28.09.2018

Received 25.06.2018
Submitted 25.06.2018
Scheduled in the issue 28.09.2018

Об авторах

Аль-Тибби Висам Хусамович,
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID:http://orcid.org/0000-0002-5400-3149
nb1979@mail.ru

Минаков Валентин Степанович,
профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0882-1984
vs_minakov@mail.ru

Authors:

Al-Tibbi, Wisam H.,
Associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-5400-3149
nb1979@mail.ru

Minakov, Valentin S.,
professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-0882-1984
vs_minakov@mail.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 631.363.7 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-408-413

Влияние конструктивных и кинематических параметров на энергоёмкость процесса в наклонном шнековом смесителе*

В. Ф. Хлыстунов[1], С. В. Брагинец[2], А. С. Алфёров[3], М. В. Чернуцкий[4]**
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2,3,4]Аграрный научный центр «Донской», г. Зерноград, Ростовская область, Российская Федерация

Effect of design and kinematic parameters on energy requirement in inclined screw mixer ***

V. F. Khlystunov[1], S.V. Braginets[2], A.S. Alferov[3], M.V. Chernutskiy[4]**
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2,3,4]Agricultural Research Centre “Donskoy”, Zernograd, Rostov Region, Russian Federation

Введение. Обоснованы рациональные параметры и режимы наклонного шнекового смесителя периодического действия для достижения наименьшей энергоемкости приготовления кормосмеси при условии соблюдения зоотехнических требований к качеству приготовляемых кормов по неравномерности смешивания. Установление функциональных зависимостей между параметрами и режимами позволяет проектировать энергоэффективное оборудование для внутрихозяйственного комбикормового производства.
Материалы и методы. Экспериментальные исследования процесса приготовления кормосмеси проводили на наклонном одновальном шнековом смесителе кормов периодического действия. План эксперимента включал варьирование четырьмя независимыми факторами: частотой вращения вала смесителя, коэффициентом заполнения камеры смесителя, продолжительностью смешивания и углом наклона смесительной камеры. В качестве критериев оптимизации, характеризующих эффективность смешивания, были приняты неравномерность смешивания и удельная энергоемкость процесса.
Результаты исследования. Построены графические зависимости критериев оптимизации от уровня варьирования факторов, представляющие собой двумерные сечения поверхностей отклика второго порядка. Рациональные значения при неравномерности смешивания менее 5% составили: частота вращения вала — 27,5-36,5 мин$^{-1}$, коэффициент заполнения камеры смесителя — 0,43–0,51, продолжительность смешивания — 3,0–4,2 мин.; угол наклона смесительной камеры — 22°–25°. При таких значениях параметров неоднородность смешивания будет минимальной и составит 4,10–4,18%, а энергоёмкость процесса составила от 2,08 до 2,16 кВт·ч/т
Обсуждение и заключения. Зависимости, полученные в результате экспериментальных исследований, позволили установить области рациональных конструктивных параметров и режимов наклонного одновального шнекового смесителя периодического действия. Полученные результаты могут быть использованы в

Introduction. Rational parameters and modes of an inclined batch screw mixer are validated to achieve the lowest energy-intensive feed mixing under observance of the zootechnical requirements for the feed quality on uneven mixing. The establishment of functional dependences between parameters and modes enables to design power-efficient equipment for the on-farm feed production.
Materials and Methods. Experimental studies of the feed mixing were implemented on an inclined screw batch feed mixer. The experimental design included variation of four independent factors: mixer shaft speed, filling ratio of the mixing chamber, mixing time, and mixing chamber angle. Mixing irregularity and energy intensity of the process were taken as optimization criteria characterizing the mixing efficiency.
Research Results. The optimization criteria versus the variability level factor, which are two-dimensional sections of the second-order response surfaces, are plotted. The rational values at mixing irregularity of less than 5% were as follows: mixer shaft speed was 27.5-36.5 min-1, filling ratio of the mixing chamber was 0.43–0.51, mixing time was 3.0–4.2 min, mixing chamber angle was 22°–25°. At such parameter values, the mixing irregularity will be minimal, and it will be 4.10–4.18%, and the process intensity is from 2.08 to 2.16 kW • h/t
Discussion and Conclusions. The dependences obtained as a result of the experimental studies allowed establishing the domain of rational design parameters and modes of an inclined batch screw mixer. The results obtained can be used in further studies under the development of initial requirements for the

* Работа выполнена по теме № 0708-2018-0024 в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013– 2020 гг. в части НИР.
**E-mail:vniptim@gmail.com, sbraginets@mail.ru, alfa-8303@yandex.ru, m1chaelc@yandex.ru
***The research is done on theme no. 0708-2018-0024 within the frame of the Program of Fundamental Scientific Research of National Academy of Sciences for 2013– 2020 in R&D.

дальнейших исследованиях при разработке исходных требований на создание новых технических средств с гравитационным эффектом интенсивного смешивания.

creation of new technical means with a gravitation effect of intensive mixing.

Ключевые слова: проектирование, наклонный смеситель, шнек, гравитационное осыпание, неравномерность смешивания, энергоемкость смешивания.

Keywords: design engineering, inclined mixer, screw, gravitation shattering, mixing irregularity, mixing intensity.

Образец для цитирования: Хлыстунов, В. Ф. Влияние конструктивных и кинематических параметров на энергоёмкость процесса в наклонном шнековом смесителе / В. Ф. Хлыстунов [и др] // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 408-413. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-408-413.

For citation: V.F. Khlystunov, et al. Effect of design and kinematic parameters on energy requirement in inclined screw mixer. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 408-413. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-408-413.

Введение. Актуальной задачей при проектировании нового кормоприготовительного оборудования является обеспечение более низкой себестоимости приготовления кормов [1–3]. Для этого необходимо снизить энергоёмкость процессов при сохранении необходимого качества комбикорма. Качественное приготовление кормосмеси наиболее целесообразно выполнять смесителем периодического (порционного) действия [4, 5]. Среди них широкое распространение получили смесители с лопастными и шнековыми рабочими органами [6]. Это обусловлено тем, что состав комбикорма характерен наличием сухого измельчённого зерна (более 90%), не изменяющего своих свойств в процессе смешивания с добавками. То есть реологические свойства смеси можно считать неизменными в течение всего опыта [7].

Одной из перспективных моделей циркуляционных смесителей является модель с наклонным бункером, внутри которого установлены один или два шнековых рабочих органа. При этом снижение энергоемкости процесса достигается вследствие того, что принудительная подача смешиваемого материала на верхнем горизонтальном уровне заменяется гравитационным его осыпанием из верхней части бункера [8]. В отличии от горизонтальных смесителей, фактическое отсутствие «придавливающих» слоёв корма в верхней части шнека значительно улучшает диффузионное перемешивания продукта [9]. Интенсивное движение материала и выровненный гранулометрический состав сырья, при применении современных дробилок [10, 11], позволяет минимизировать возникающие при осыпании эффекты сегрегации [12].

Материалы и методы. Экспериментальные исследования проводили на наклонном одновальном шнековом смесителе кормов периодического действия АКМ-3, разработанном в АНЦ «Донской». Смеситель кормов АКМ-3 (рис. 1) вместимостью 2,5 м^3 предназначен для получения однородной смеси из сухих измельченных компонентов (зерновое, мучнистое, белково-минеральное сырье) при порционном (периодическом) режиме работы. Он состоит из рамы, корпуса со смесительной камерой, в которой размещен вал со спиральной ленточной противоточной навивкой (шнек), и лопастями в верхней части бункера. Предусмотрена возможность установки корпуса на тензометрические датчики.



Рис. 1. Общий вид наклонного одношнекового порционного смесителя

В таком смесителе при вращении вала перемещение групп частиц материала из одного места в другое (конвективное смешивание) с наклонным бункером осуществляется в процессе транспортирования его шнеком в верхнюю часть наклонного бункера и гравитационного осыпания материала в нижнюю часть бункера. Поэтому основным преимуществом наклонного смесителя, по сравнению с вертикальными и горизонтальными, является отсутствие мёртвых зон между рабочими органами и стенками смесительной камеры [13].

В качестве критериев, характеризующих эффективность смешивания, были приняты неравномерность распределения контрольного ингредиента в смеси и удельная энергоемкость процесса. В качестве основного ингредиента (наполнителя) смеси в экспериментах использовали измельченную пшеницу влажностью не более 15% с насыпной плотностью 750 кг/м^3. В результате приготовили двухкомпонентную смесь в составе: измельченная пшеница — 99%, измельченная поваренная соль — 1% (по массе).

В качестве контрольных ингредиентов для определения неравномерности смешивания использовали измельченную поваренную соль. Её распределение определяли, отбирая по 20 проб массой 50 г каждая из различных точек смесительной камеры, после завершения смешивания [14]. Отбор конкретной пробы производился по ГОСТ 13 496.0–80. Содержание сухого контрольного компонента (поваренной соли) в пробах определяли ионометрическим методом по ГОСТ 13 496.1–98. В качестве показателя неравномерности смешивания использовали коэффициент вариации фактического распределения контрольного компонента в пробах v, % (y_1).

Удельную энергоемкость процесса смешивания $N_{уд}(y_2)$ определяли как общую энергоемкость, отнесенную к массе кормосмеси, измеряемую посредством трехфазного электрического счетчика [15].

Частоту вращения вала смесителя изменяли частотным преобразователем DELTAVFd-075E путем изменения частоты тока асинхронного электродвигателя.

При проведении эксперимента был реализован трёхуровневый план второго порядка. Опыты при реализации плана проводили в трехкратной повторности [16,17]. План проведения экспериментов предусматривал варьирование четырьмя независимыми факторами, влияющими на процесс смешивания (таблица 1).

Установлено, что значимость показателя неравномерности смешивания значительно выше, чем у последнего фактора, который должен рассматриваться как вспомогательный.

Таблица 1

Факторы и уровни их варьирования

Фактор	Кодированное обозначение	Диапазон варьирования	Интервал варьирования
Частота вращения вала, мин$^{-1}$	x_1	20–40	10
Коэффициент заполнения камеры смесителя	x_2	0,4–0,6	0,1
Продолжительность (время) смешивания, мин	x_3	2–6	2
Угол наклона смесительной камеры, град	x_4	15–35	10

Результаты исследования. После обработки результатов экспериментов были получены уравнения регрессии в закодированном виде и определены соответствующие коэффициенты корреляции:

y_1= 4,06 – 0,96x_1 + 0,29x_2 + 0,16x_3 – 0,88x_4 – 0,14x_1x_2 – 0,19x_1x_3 +0,54x_1x_4 + 0,28x_2x_3 – 0,39x_2x_4 – 0,20x_3x_4 + 0,56$x^2{}_1$ + 0,27$x^2{}_2$ + 0,34$x^2{}_3$ + 0,64$x^2{}_3$,

коэффициент корреляции R_1 = 0,9607;

y_2= 2,26 + 0,99x_1 + 0,42x_2 – 0,07x_3 – 0,28x_4 + 0,22x_1x_2 – 0,15x_1x_3 +0,35x_1x_4 + 0,13x_2x_3 + 0,47x_2x_4 – 0,08x_3x_4 + 0,73$x^2{}_1$ + +0,37$x^2{}_2$ + 0,14$x^2{}_3$ + 0,84$x^2{}_3$,

коэффициент корреляции R_2 = 0,9781.

Адекватность модели оценивали по критерию Фишера. Табличное значение критерия Фишера с уровнем значимости Δ=0,05 равно F=2,8. Значение критерия Фишера в моделях: неоднородность смешивания

F=2,51; энергоемкость процесса смешивания *F*=2,65. Сравнение расчетных значений с табличными показало, что расчетные их значения меньше табличных. Следовательно, регрессионные модели адекватно описывают исследуемый процесс. Экспериментальные значения критерия Кохрена не превышают табличных. Дисперсии являются однородными.

Переходя от кодированных значений факторов (X_1, X_2, X_3, X_4,) к натуральным (*n*, *k*, *t*,φ), получили зависимости показателей неравномерности смешивания (δ, %) и энергоемкости процесса смешивания (*N*, кВт·ч) от основных факторов в следующем виде:

– неравномербность смешивания:

$\delta = 3{,}76 + 11n - 0{,}15k - 1{,}02t - 2{,}35\varphi + 16nk - 21nt - 59n\varphi - 0{,}06kt + 0{,}98k\varphi + 2{,}35t\varphi + 2{,}15n^2 + 4{,}33k^2 + 3{,}65t^2 + 0{,}75I^2$;

– энергоемкость процесса смешивания:

$N = 2{,}19 + 23n + 4{,}13k + 6{,}25\varphi - 13nk - 3{,}4n\varphi - 5{,}23k\varphi + 0{,}99n^2 + 0{,}48k^2 + 0{,}39\varphi^2$.

В результате обработки экспериментальных данных построены графические зависимости критериев оптимизации от уровня варьирования факторов, представляющие собой совмещенные двумерные сечения поверхностей отклика второго порядка.

На рис. 3 и 4 показаны некоторые двумерные поверхности отклика влияния факторов на процесс смешивания. В частности, показаны зависимости влияния частоты вращения вала и коэффициента заполнения смесительной камеры на неравномерность смешивания и энергоёмкость процесса.

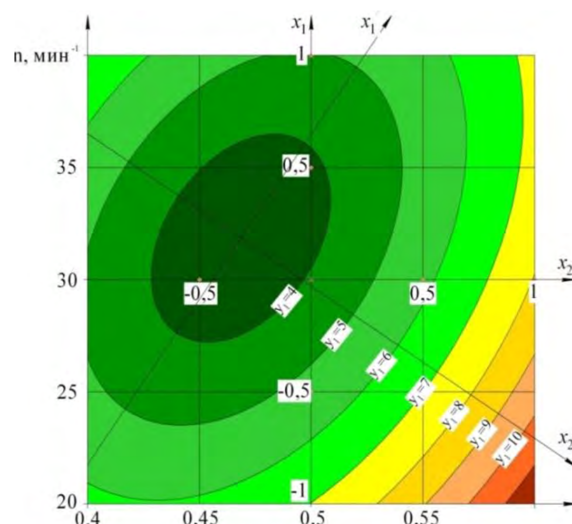


Рис. 3. Влияние частоты вращения вала и коэффициента заполнения смесительной камеры на неравномерность смешивания

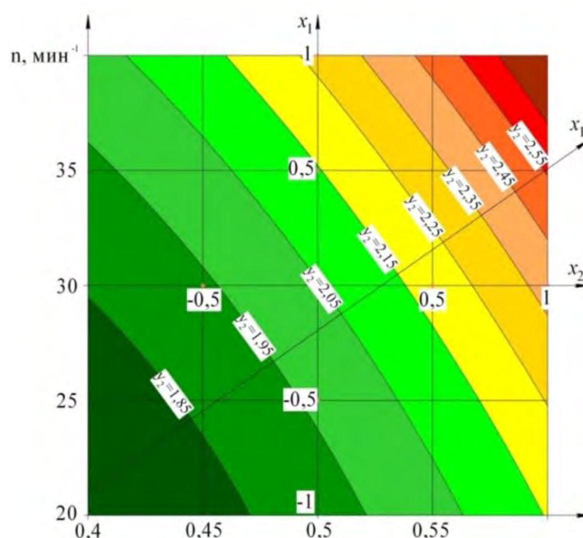


Рис. 4. Влияние частоты вращения вала и коэффициента заполнения смесительной камеры на энергоёмкость процесса смешивания

В результате проведенных исследований определены рациональные значения параметров и режимов работы наклонного одновального порционного смесителя вместимостью 2,5 м^3 со шнековым рабочим органом при приготовлении кормосмесей, отвечающие зоотехническим требованиям по неравномерности смешивания при условии минимальной энергоемкости процесса. Рациональными значениями для достижения неравномерности смешивания не более 5% являются: частота вращения вала n= 27,5–36,5 мин$^{-1}$; коэффициент заполнения смесительной камеры k = 0,43–0,51; продолжительность смешивания t= 3–4,2 мин; угол наклона смесительной камеры φ = 22–25°. При этом энергоёмкость процесса составила от 2,08 до 2,16 кВт·ч/т.

Помимо этого, в результате экспериментальных исследований установлена наименьшая неоднородность смешивания 3,2 % при следующих режимах и параметрах смесителя: частота вращения вала n=35 мин$^{-1}$; коэффициент заполнения смесительной камеры k=0,5; продолжительность смешивания t=3 мин; угол наклона смесительной камеры φ=30°. При этом энергоёмкость процесса составляла 2,2 кВт·ч/т. Наименьшая энергоёмкость 2,1 кВт·ч/т при неоднородности смешивания 5% достигается при следующих значениях параметров и режимов работы смесителя: частота вращения вала n=30 мин$^{-1}$; коэффициент заполнения смесительной камеры k=0,55; продолжительность смешивания t= 3 мин.; угол наклона смесительной камеры φ=25°.

Обсуждение и заключения. Зависимости, полученные в результате экспериментальных исследований, позволили установить области рациональных конструктивных параметров и режимов наклонного одновального шнекового смесителя периодического действия. Полученные результаты могут быть использованы при разработке технических средств для производства комбикормов, а также для модернизации существующих комбикормовых производств с целью увеличения их энергоэффективности.

Библиографический список

1. Афанасьев, В. А. Энерго- и ресурсосберегающие технологии комбикормов / В. А. Афанасьев. — Воронеж : ВГУИТ, 2017. — 473 с.

2. Хлыстунов, В. Ф. Модель процесса смешивания кормов в порционном наклонном одношнековом смесителе / В. Ф. Хлыстунов [и др.] // Инновационное развитие АПК России на базе интеллектуальных машинных технологий : сб. науч. докл. междунар. науч.-техн. конф. — Москва, 2014 — с.41–45.

3. Фролов, В. Ю. К анализу технологических и технических средств процесса приготовления высококачественных кормов / В. Ю. Фролов, Д. П. Сысоев, А. С. Сергунцов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. — 2014. — № 101. — С. 2108–2120.

4. Пахомов, В. И. Оборудование для приготовления полнорационных комбикормов в условиях хозяйств / В. И. Пахомов, А. В. Смоленский, А. С. Алферов // Вестник Донского. гос. техн. ун-та. — 2012. — Т. 12, № 7 (68). — С. 108–114.

5. Сабиев, У. К. Обоснование параметров и анализ рабочих органов смесителя кормов / У. К. Сабиев, А. Н. Яцунов, А. В. Черняков // Сельский механизатор. — 2016. — № 6. — С. 26–27.

6. Хлыстунов, В. Ф. Моделирование процесса смешивания кормов в шнековом смесителе с наклонным бункером / В. Ф. Хлыстунов [и др] // Вестник РАСХН. — 2007. — №4. — с.13–15.

7. Barnes, H.A., Hutton, J.F. and Walters, K. An Introduction to Rheology. Rheology Series, Vol 3. Elsevier. - 1989. - 199 pp.

8. Ottino J.M., The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos, and Transport, Cambridge University Press. - 1989. - 364 pp.

9. Cullen P. J. (ed.). Food mixing: Principles and applications. – John Wiley & Sons, - 2009. DOI : https://doi.org/10.1002/9781444312928

10. Гуриненко, Л. А. Дисковый измельчитель кормового зерна/ Л. А. Гуриненко [и др.] // Техника и оборудование для села. — 2014. — № 10. — С. 9–11.

11. Пахомов, В. И. Вертикальные дробилки для производства комбикормов / В. И. Пахомов [и др.] // Сельский механизатор. — 2015. — №11. — С. 27.

12. Rielly C. D. et al. Mixing processes for agricultural and food materials: Part 4, assessment and monitoring of mixing systems //Journal of agricultural engineering research. – 1994. – Т. 59. – №. 1. – С. 1-18.DOI : https://doi.org/10.1006/jaer.1994.1060

13. Paul, E.L. Handbook of Industrial Mixing / E.L Paul, V.A. Atiemo-Obeng, S.M. Kresta, // Science and Practice. John Wiley & Sons. – 2004. – P.1440pp.

14. ГОСТ 70.19.2-83 Испытания сельскохозяйственной техники. Машины и оборудование для приготовления кормов. Программа и методы испытаний. — Москва : Стандартинформ, 1991. — 94 с.

15. L. Rudolph, Power consumption andblend time of co-axial tank mixing systems in non-Newtonianfluids / V. Atiemo-Obeng, M. Schaefer, M. Kraume. 13th European Conference on Mixing, London, British – 2009, - pp. 1–8.

16. Мельников, С. В. Планирование эксперимента в исследованиях сельскохозяйственных процессов / С. В. Мельников [и др.]. — Ленинград : Колос, 1980. — 168 с.

17. Грачев, Ю. П. Математические методы планирования эксперимента / Ю. П. Грачев, Ю. М. Плаксин. — Москва : ДеЛиПринт, 2005. — 296 с.

Поступила в редакцию 04.06.2018
Сдана в редакцию 06.06.2018
Запланирована в номер 19.09.2018

Received 04.06.2018
Submitted 06.06.2018
Scheduled in the issue 19.09.2018

Об авторах

Хлыстунов Виктор Фёдорович,
профессор кафедры «Технологии и оборудование переработки продукции АПК» Донского государственного технического университета (РФ, 344000 г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/000-0002-2743-0698
vniptim@gmail.ru

Брагинец Сергей Валерьевич,
ведущий научный сотрудник Аграрного научного центра «Донской» (РФ,347740 г. Зерноград, Ростовская область, ул. Ленина, 14), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7137-5692
sbraginets@mail.ru

Алфёров Александр Сергеевич,
научный сотрудник Аграрного научного центра «Донской» (РФ, 347740 г. Зерноград, Ростовская область, ул. Ленина, 14), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5210-781X
alfa-8303@yandex.ru

Чернуцкий Михаил Викторович,
ведущий инженер Аграрного научного центра «Донской» (РФ, 347740, г. Зерноград, Ростовская область, ул. Ленина, 14),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9936-1978
mux346@yandex.ru

Authors:

Khlystunov, Victor F.,
professor of the Technologies and Processing Equipment for Agro-Industrial Complex Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/000-0002-2743-0698
vniptim@gmail.ru

Braginets, Sergey V.,
Senior Research Scholar, Agricultural Research Centre “Donskoy” (14, Lenin St., Zernograd, Rostov region, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-7137-5692
sbraginets@mail.ru

Alferov, Alexander S.,
Research Scholar, Agricultural Research Centre “Donskoy” (14, Lenin St., Zernograd, Rostov region, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5210-781X
alfa-8303@yandex.ru

Chernutskiy, Mikhail V.,
senior engineer, Agricultural Research Centre “Donskoy” (14, Lenin St., Zernograd, Rostov region, RF),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-9936-1978
mux346@yandex.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 62–524 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-414-420

Совершенствование методов контроля процессов коррозии на объектах машиностроения при высоких параметрах водных теплоносителей[*]

В. Н. Щербаков[1]**
[1]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Improvement of corrosion process control techniques at engineering facilities under high parameters of water coolants [***]

V. N. Shcherbakov[1]**
[1]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Цель работы — повышение надёжности методов прогнозирования поведения гидроксида лития в пароводяном тракте на ТЭС и АЭС и оперативного контроля водородного показателя паровых растворов. Разработан метод оперативного контроля на основе кондуктометрических измерений водородного показателя паровых растворов ингибитора коррозии конструкционных материалов гидроксида лития, применяемого на ТЭС и АЭС.
Материалы и методы. Для практической реализации высокотемпературного оперативного контроля водородного показателя паровых растворов использован метод математического моделирования.
Результаты исследования. Разработан метод контроля водородного показателя паровых растворов гидроксида лития, основанный на определении концентрации в паре путём конденсации пара в охлаждаемом кондуктометрическом датчике, размещённом в паровом пространстве парогенератора, что позволило значительно повысить точность определения концентрации гидроксида лития. Предложены уравнения, описывающие изменение предельной молярной эквивалентной электропроводности и констант диссоциации гидроксида лития в широком диапазоне изменения параметров состояния.
Обсуждение и заключения. Предложенные метод оперативного контроля водородного показателя паровых растворов и математические модели для расчёта предельной эквивалентной молярной электропроводности и констант диссоциации обеспечивают приемлемую для практических расчётов погрешность и возможность автоматизации измерений. При увеличении температуры пара до 573,15 K возникает необходимость в увеличении концентрации гидроксида лития в паре до 10^{-2} моль/кг.

Introduction. The work objective is to increase the reliability of the prediction methods for the lithium hydroxide behavior in the steam-water circuit at the thermal power plants and nuclear power plants, and for the operational monitoring of the pH index of steam solutions. A method of operational control is developed on the basis of the conductometric measurements of the hydrogen index of the corrosion inhibitor vapor solutions for construction materials of lithium hydroxide used at the TPP and NPS.
Materials and Methods. A mathematical model method is used for the practical implementation of the high-temperature operational control of the steam solution pH index.
Research Results. A method for monitoring the pH of vapor solutions of lithium hydroxide based on the determination of vapor concentration through the steam condensation in the coolable conductivity sensor located in the vapor space of the steam generator is developed. This has significantly improved the accuracy of determining the lithium hydroxide concentration. Equations describing the change in the limiting molar equivalent conductance and dissociation constants of lithium hydroxide in a wide range of state change parameters are proposed.
Discussion and Conclusions. The proposed on-line technique of testing the pH value of steam solutions, and mathematical models for calculating the limiting molar equivalent conductance and dissociation constants provide an acceptable error level calculations and the capability of measurements automation. With an increase in the vapor temperature up to 573.15 K, the necessity arises to fortify lithium hydroxide in the vapor to 10^{-2} mol / kg.

Ключевые слова: машиностроение, коррозионные процессы, автоматический контроль, паровая фаза, кондуктометрические методы, мониторинг.

Keywords: mechanical engineering, corrosion processes, automatic control, vapor phase, conductometric methods, monitoring.

[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: vladnik48@aaanet.ru
[***] The research is done within the frame of independent R&D.

Образец для цитирования: Щербаков, В. Н. Совершенствование методов контроля процессов коррозии на объектах машиностроения при высоких параметрах водных теплоносителей / В. Н. Щербаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 414-420. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-414-420

For citation: V.N. Shcherbakov. Improvement of corrosion process control techniques at engineering facilities under high parameters of water coolants. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 414-420. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-414-420

Введение. При организации и ведении водно-химических режимов (ВХР) на ТЭС и АЭС одной из главных задач является сведение к минимуму коррозионных повреждений теплосилового оборудования в зоне контакта с водой и паром [1]. Дозирование в питательную воду *LiOH* в необходимых количествах обеспечивает создание на поверхности металла прочной защитной литий-ферритной плёнки, замедляющей коррозию и коррозионное растрескивание теплообменных труб парогенераторов АЭС с ВВЭР–1000 [2, 3], а также значительное увеличение времени наработки оборудования на отказ [3]. При дозировании *LiOH* в питательную воду барабанных котлов ТГ–104 на ТЭС также наблюдается формирование защитной литий-ферритной плёнки [4]. На АЭС *LiOH* применяют в России и за рубежом [4–6]. В перспективных атомных реакторах IV поколения *SCWR* (*supercritical water-cooled reactor*), обеспечивающих увеличение термического КПД по сравнению с существующими (*PWR*) с 33 до 44 %, при давлении *P*=25 *МПа* температуру *T* водяного пара планируют увеличить до 953 *K* [6]. Для создания на ТЭС и АЭС оперативного контроля значений *pH* водных и паровых растворов *LiOH*, определяющих эффективность защиты от коррозии, необходимы данные о предельной эквивалентной электропроводности Λ_o и константах диссоциации K_d *LiOH* при высоких *P* и *T*, представленные в виде, удобном для практических расчётов. Методика расчёта *pH* растворов *LiOH* на основании данных об удельной электропроводности χ, предложенная авторами для жидкой фазы [7], неприемлема для паровой фазы при малых значениях плотности ρ и концентрации *C* в связи с высокой погрешностью определения χ и K_d [8].

Целью настоящей работы является повышение надёжности методов прогнозирования поведения *LiOH* в пароводяном тракте на ТЭС и АЭС и оперативного контроля *pH* паровых растворов.

Для достижения поставленной цели созданы уравнения для расчёта Λ_o и K_d на линии насыщения и в перегретом паре при *T* до 773,15 *K*, а также разработана методика оперативного контроля *pH* паровых растворов *LiOH*.

Материалы и методы. По сравнению с традиционным контролем, связанным с отбором и охлаждением проб, оперативный контроль *pH* при помощи кондуктометрических датчиков, установленных в теплоносителе парогенераторов и работающих при *T* и *P*, близких к рабочим, является более объективным и практически безынерционным [7, 8]. В расчётах *pH* для жидкой фазы в [7] были использованы экспериментальные данные о K_d *LiOH* [8], ионном произведении K_w [9], и диэлектрической проницаемости ε для воды [10]. Определение концентрации *C* водных растворов *LiOH* осуществлялось на основании зависимостей $C\ LiOH = f\,(\chi\ LiOH)_{T=Const}$, полученных на основании экспериментальных данных о χ растворов.

При измерении χ растворов в паровой фазе (особенно при малых ρ и *C*), когда полярные свойства растворителя ослаблены, степень диссоциации *LiOH* мала и сопротивление межэлектродного пространства измерительной ячейки кондуктометрического преобразователя может стать соизмеримым с сопротивлением электрического изолятора, что приведёт к большим погрешностям определения χ [8].

Для практической реализации высокотемпературного оперативного контроля *pH* необходимые данные о Λ_o и K_d могут быть получены в исследуемом диапазоне изменения параметров состояния методом математического моделирования и представлены в виде уравнений.

Результаты исследования. На основании анализа существующих методов в данной работе предложен метод контроля *pH* паровых растворов *LiOH*, основанный на определении *C LiOH* в паре путём конденсации пара в кондуктометрическом датчике с охлаждаемым капилляром [11], размещённом в паровом пространстве парогенератора в потоке теплоносителя. В этом случае *C LiOH* в паре равна *C LiOH* в конденсате пара и может быть определена из зависимостей $C\ LiOH = f\,(\chi\ LiOH)_{T=Const}$, полученных для жидкой фазы [7]. Конденсация пара позволяет значительно повысить точность определения χ и *C* [8]. Вычисления *pH* для парорастворов *LiOH* производились по методике, описанной в [12], с использованием данных [8] о K_d.

С целью оценки эффективности применения *LiOH* для защиты от коррозии в атомных реакторах IV поколения *SCWR* авторами [6] на основании экспериментальных данных о K_d [13–15] выполнен расчёт *pH* водных и паровых растворов *LiOH* при *P*=25 *МПа* в широком диапазоне изменения ρ, *T*, *C* и предложено эмпирическое уравнение для вычисления моляльной константы ассоциации K_a [16] в диапазоне изменения ρ от 50 до 1000 кг/м^3 и *T* от 373 до 873 *K*:

$$log_{10}K_a = a_1 + a_2/\tau + + (a_3 + a_4/\tau)\cdot log_{10}\delta + (a_5 + a_6/\tau)\cdot(log\delta)^2,$$

где $\delta=\rho/\rho_c$; $\tau=T/T_c$; ρ_c, T_c — плотность и температура раствора в критической точке; a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 — константы.

В перегретом паре с уменьшением ρ и *T* K_d *LiOH* уменьшается, уменьшается и разность между *pH* H_2O и *pH* парорастворов *LiOH*, что снижает эффективность защиты от коррозии элементов конструкций при высоких *P* и *T*. Авторами вычислены значения *pH* парорастворов *LiOH* при *P*=25*Мпа*; *T*=673, 723 и 773 *K* для $C=10^{-6}$, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3} и 10^{-2} моль/кг. В расчётах были использованы экспериментальные данные о K_d *LiOH* [8], ионном произведении K_w [9], и диэлектрической проницаемости воды ε [10]. На рис. 1 представлена зависимость *pH* водных и паровых растворов *LiOH* от ρ при *P*=25 *МПа* для $C=10^{-6}$–10^{2}, моль/кг.

В области ρ<330 кг/м³ авторы [13–15] не выполняли экспериментальные исследования, поэтому на рисунке представлены только результаты расчёта *pH LiOH* с использованием данных о K_d *LiOH*, полученных по уравнению авторов [16].

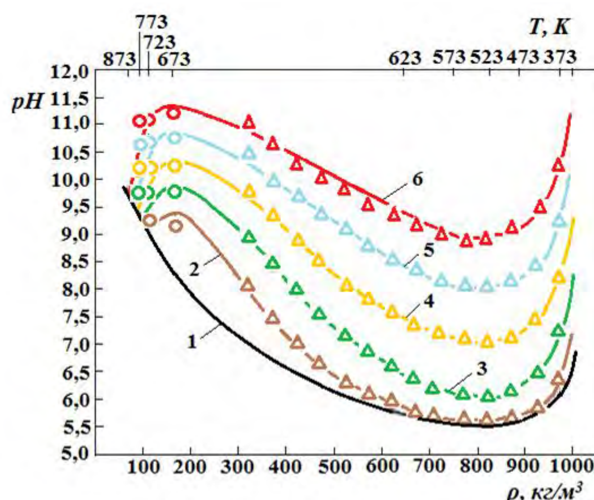


Рис.1. Зависимость *pH* водных и паровых растворов *LiOH* от плотности ρ при *P*=25 *МПа*:
1 — H_2O; 2, 3, 4, 5, 6 — *C LiOH*=10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} моль/кг;
Δ,○ — расчёт *pH* по данным о K_d [13–15] и [8];
линии 2, 3, 4, 5, 6 — расчёт *pH* по данным о K_d, полученным из уравнения [16]

Полученные авторами ранее на основании измерений электропроводности высокотемпературных растворов *LiOH*, значения Λ_o и K_d [8], необходимые для создания уравнений, описывающих изменение Λ_o и K_d при изменении ρ и *T*, приведены в таблицах 1 и 2 в сопоставлении с данными других авторов. Для создания уравнений, описывающих поведение Λ_o на линии насыщения, с целью уменьшения погрешности аппроксимации данных диапазон изменения ρ был разбит на 2 части (от 100 до 500 и от 500 до 958 кг/м³), для каждой из которых предложено уравнение вида:

$$\Lambda_o=b_o\cdot\rho^3 + b_1\cdot\rho^2 + b_2\cdot\rho + b_3,$$

где b_o, b_1, b_2, b_3 — определяемые константы; ρ — плотность раствора, кг/м³. Значения b_o, b_1, b_2, b_3 для ρ=(100–500) и (500–958) кг/м³ равны –0,000004; 0,005878; –2,810820; 1942,943226 и $-1{,}25711\cdot10^{-5}$; 0,024177411; –16,58559801; 5334,222549 соответственно. Для значений $pK_d=-log_{10}K_d$ вычислены значения коэффициентов d_1–d_6 в уравнении, аналогичном представленному в [16] и приведённому выше:

$$pK_d=d_1 + d_2/\tau + (d_3 + d_4/\tau)\cdot log_{10}\delta + (d_5 + d_6/\tau)\cdot(log\delta)^2,$$

где $\delta=\rho/\rho_c$; $\tau=T/T_c$; ρ_c, T_c — плотность и температура раствора в критической точке; d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6 — константы.

При вычислении констант d_1–d_6 были использованы полученные авторами ранее экспериментальные данные о K_d [8]. На линии насыщения авторы учитывали только свои экспериментальные данные. Расчёты для перегретого пара при *T*=673,15 и 773,15 *K* выполнены в двух вариантах: в первом рассматривались только авторские данные о K_d [8], во втором — все данные, приведённые в табл. 2.

Таблица 1

Зависимость предельной молярной электропроводности Λ_o *LiOH* от плотности ρ на линии насыщения и в перегретом паре

ρ, кг/м^3	$\Lambda_o \cdot 10$, См·м^2/кмоль		
	Линия насыщения	*T* = 673 K	*T* = 773 K
100	1710[8]	1675[8]	1665[8]
130	1675[8]	1630[8]	1620[8]
160	1630[8]	1590[8]	1575[8]
200	1575[8]	1550[8]	1545[8]
300	1510[8]	1480[8]	1475[8]
400	1475[8]	1460[8]; 1392[13]	1455[8]
433		1452[15]	
500	1450[8]	1435[8]; 1539[13]	1428[8]; 1574[13]
600	1370[8]	1380[8]; 1355[13]	1388[8]; 1377[13]
621	1277[15] (P = 23,86 МПа)	-	-
700	1265[8]	1275[8]; 1270[13]	1276[13]
714	1189[15] (P = 9,52 МПа)	-	-
800	1100[8]	1088[13]	1109[13]
871	1017[15] (P = 9,91МПа)	-	-
917	780[8]	-	-
922	754[15] (P = 9,4 МПа)	-	-
950	594[13]	-	-
958	573[8]	-	-

Для линии насыщения: d_1=119,50984; d_2=–115,33347; d_3=–174,20233; d_4=167,90533; d_5=–143,78368; d_6=183,09356.

Для первого варианта расчёта для перегретого пара: d_1=7,6323975; d_2=–3,214114; d_3=–10,9289; d_4=2,5463453; d_5=–10,34132; d_6=15,190972; для второго варианта расчёта d_1=10,113404; d_2=–6,133638; d_3=–17,85984; d_4=8,888042; d_5=–8,405401; d_6=14,648395.

Отклонения в % экспериментальных значений Λ_o и pK_d от вычисленных по предложенным уравнениям представлены в табл. 3.

Таблица 2

Зависимость отрицательного логарифма констант диссоциации *LiOH* pK_d от плотности ρ на линии насыщения и в перегретом паре

ρ, кг/м^3	pK_d, моль/кг		
	Линия насыщения	*T* = 673,15 *K*	*T* = 773,15 *K*
100	10,04[8]	10,07[8]; 11,06 [16]	10,16[8]; 13,34[16]
130	8,41[8]	8,56[8]	8,67[8]
160	7,24[8]	7,32[8]	7,69[8]
200	6,25[8]	6,42[8]; 6,45[16]	6,89[8]; 8,16[16]
300	4,40[8]	4,69[8]; 4,13[16]	5,20[8]; 5,64[16]
379		3,48[15]	
400	3,86[8]	3,98[8]; 2,82[16]; 3,14[13]	4,31[8]; 4,01[16]
433		3,1[15]	
500	3,28[8]	3,38[8]; 2,81[13]	3,43[8]; 3,15[13]
600	2,52[8];	2,45[8]; 2,32[13]; 1,26[16]	2,58[8]; 2,43[13]; 1,97[16]
650		2,13[13]	2,25[13]
700	2,08[8];	2,01[8]; 1,83[13]	2,07[13]
712	1,59[17]		
750		1,82[13]	1,89[13]
800		1,63[13]; 0,343[16]	1,65[13]; 0,753[16]
807	1,41[15] (*P* = 11.02 *МПа*)	-	-
922	1,29[15] (*P* = 9,4 *МПа*)	-	-
961	1,03[15] (*P* = 4,88 *МПа*)	-	-

Таблица 3

Отклонение (в %) экспериментальных значений предельной эквивалентной электропроводности ($\delta\Lambda_o$) и отрицательного логарифма моляльных констант диссоциации (δpK_d) от значений, вычисленных по уравнениям

ρ, кг/м^3	$\delta\Lambda_o$	δpK_d				
	Линия насыщения	Линия насыщения	T=673,15 K 1 вариант расчёта	T=773,15 K 1вариант расчёта	T=673,15 K 2 вариант расчёта	T=773,15 K 2 вариант расчёта
100	0,36[8]	0,04[8]	1,20[8]	1,36[8]	3,40[8]; 5,86 [16]	10,9[8]; 15,5[16]
130	0,47[8]	0,23[8]	0,18[8]	1,22[8]	2,42[8]	11,7[8]
160	0,28[8]	0,33[8]	2,62[8]	1,86[8]	3,42 [8]	10,5[8]
200	0,34[8]	0,11[8]	0,92[8]	0,39[8]	0,52[8]; 0,98[16]	5,95[8]; 10,5[16]
300	0,09[8]		2,50[8]	0,29[8]	3,86[8]; 9,17[16]	1,99[8]; 5,96[16]
379					3,05[15]	
400	0,03[8]	0,12[8]	4,99[8]	4,07[8]	14,8[8]; 20,2[16]; 7,96[13]	6,44[8]; 0,56[16];
433					0,41[15]	
500	0,09[8]	0,16[8]	8,95[8]	2,40[8]	21,77[8]; 5,90[13]	8,78[8]; 0,67[13]
600	0,10[8]	0,17[8]	4,56[8]	6,11[8]	13,72[8]; 8,89[13]; 67,8[16]	5,24[8]; 0,60[13]; 24,1[16]
650	-	-	-	-	10,6[13]	4,02[13]
700	0,44[8]	0,05[8]	7,82[8]	-	14,38[8]; 5,95[13]	8,03[13]
750		-	-	-	14,2[13]	11,5[13]
800	0,26[8]	-	-	-	12,8[13]	11,3[13]
917	2,27[8]	-	-	-	-	-
958	1,51[8]	-	-	-	-	-

Обсуждение и заключения. Как очевидно из рис. 1, полученные авторами значения *pH LiOH* при T=673 K ниже по сравнению с полученными путём расчёта [6] в среднем на 0,2; при T=723 K выше на 0,1–0,2; при T=773 K выше на 0,1–0,7 единиц *pH*.

Таким образом, величина рассогласования данных о *pH LiOH* в перегретом паре, полученных авторами и изложенных в [6], возрастает с увеличением T и C. Такое рассогласование можно считать удовлетворительным, если учесть, что с уменьшением ρ до 200–100 кг/м^3 погрешность экспериментальных данных [8] о K_d *LiOH* возрастает до 180 % и, кроме того, при составлении уравнения авторами [6] не использовались экспериментальные данные о K_d при ρ<330 кг/м^3.

Отклонение экспериментальных значений Λ_o и pK_d от вычисленных по предложенным в настоящей работе уравнениям на линии насыщения не превышает 1 % и только при ρ=917 и ρ=958 кг/м^3 достигает 2,27 и 1,51 % для Λ_o (табл. 3). В перегретом паре при T=673,15 и T=773,15 K для первого варианта расчёта с использованием только авторских экспериментальных данных о K_d [8] наибольшее отклонение экспериментальных дан-

ных pK_d от расчётных не превышает 2,5 % при ρ=100–300 кг/м^3 и возрастает до 8,95 % с увеличением ρ до 400–700 кг/м^3. Для второго варианта расчёта с учётом данных всех авторов, представленных в табл. 2, наибольшая погрешность расчёта по уравнению при ρ=100–300 кг/м^3 и T=673,15 K; T=773,15 K достигает 15,5 % для данных авторов [16], а при ρ=100–300 кг/м^3 и T=673,15 K; T=773,15 K — 67,8 %.

На основании анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что использование $LiOH$ в качестве корректирующей добавки для регулирования pH с целью предотвращения коррозионного разрушения элементов конструкций перспективных атомных реакторов IV поколения $SCVR$ не вызывает затруднений при T≤673,15 K и P=25 $МПа$. С ростом температуры уже при T=773,15 K для эффективной защиты от коррозии необходимо увеличивать $C\ LiOH$ до 10^{-2} моль/кг, что выдвигает задачу исследования растворимости $LiOH$ в паре при этих параметрах состояния.

Предложенные в настоящей работе метод оперативного контроля pH паровых растворов $LiOH$ и математические модели для расчёта Λ_o и K_d обеспечивают возможность определения pH при помощи измерительно-вычислительного комплекса, работающего непрерывно в автоматическом режиме, имеющего малое время запаздывания сигнала и обеспечивающего приемлемую для практических расчётов погрешность результатов измерения. Использование таких устройств в современных системах химико-технологического мониторинга на ТЭС и АЭС позволит значительно повысить надёжность методов прогнозирования поведения $LiOH$ в пароводяном тракте и оперативного контроля pH.

Библиографический список

1. Воронов, В. Н. Водно-химические режимы ТЭС и АЭС / В. Н. Воронов, Т. И. Петрова. — Москва : Издательский дом МЭИ, 2009. — 238 с.

2. Горбатых, В. П. Перспективы использования гидроксида лития в контурах АЭС с ВВЭР / В. П. Горбатых, С. О. Иванов // Вестник Моск. энерг. ин-та. — 2007. — № 1. — С. 14–28.

3. Горбатых, В. П. О возможности применения гидроксида лития на различных этапах жизненного цикла парогенераторов АЭС с ВВЭР / В. П. Горбатых, С. О. Иванов // Вестник Моск. энерг. ин-та. — 2011. — № 2. — С. 10–14.

4. Беляков, И. И. Исследование причин повреждения экранных труб барабанных котлов на литиевом водном режиме / И. И. Беляков, А. Ф. Белоконова, А. В. Михайлова // Электрические станции. — 1980. — № 6. — С. 30–34.

5. Совершенствование водно-химического режима второго контура на Калининской АЭС / С. П. Горбатенко [и др.] // Теплоэнергетика. — 2001. — № 1. — С. 22–28.

6. Carvajal-Ortiz R.A., Plugatyr A., Svishchev I.M. On the pH control at supercritical water-cooled reactor operating conditions // Nuclear Engineering and Design. 2012. — V. 248. — P. 340-342.

7. Shcherbakov V.N., Lukashov Yu.Yu, Lukashov Yu.M. Electrolytical properties of solution of lithium hydroxide at high temperatures and pressures // Thermal Engineering. 2013. — V. 60. No. 4. — P. 280-284.

8. Щербаков, В. Н. Исследование электрофизических свойств водных теплоносителей при высоких параметрах : дис. … канд. техн. наук / В. Н. Щербаков. — Москва, 1980. — 204 с.

9. Bandura A.V., Lvov S.N. The ionization constant of water over wide ranges of temperature and density // Journal of Physical and Chemical Reference Data. 2006. — V. 35. No.1. P. 15-30.

10. Александров, А. А. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики. / А. А. Александров, К. А. Орлов, В. Ф. Очков. — Москва : Издательский дом МЭИ, 2009. — 225 с.

11. Кондуктометрический датчик : авторское свидетельство 958943 СССР : G01N 27/02 / Д. Л. Тимрот [и др.]. — № 3248961; заявл. 16.02.81; опубл. 15.09.82, Бюл. № 34. — 3 с.

12. Дамаскин, Б. Б. Электрохимия / Б. Б. Дамаскин, О. А. Петрий, Г. А. Цирлина. — Москва : Химия, 2006. — 672 с.

13. Ho P.C., Palmer D.A. Determination of ion association in dilute aqueous lithium chloride and lithium hydroxide solutions to 600C and 300 MPa by electrical conductance measurements // Journal of Chemical and Engineering Data. 1998. — V. 43. No.2. P. 162-170.

14. Ho P.C., Bianchi H., Palmer D.A., Wood R.H. Conductivity of dilute aqueous electrolyte solutions at high temperatures and pressures using a flow cell // Journal of Solution Chemistry 2000. — V. 29. No.2. P. 217-235.

15. Ho P.C., Palmer D.A., Wood R.H. Conductivity measurements of dilute aqueous LiOH, NaOH and KOH solutions to high temperatures and pressures using a flow-through cell // Journal of Physical Chemistry B. 2000. — V. 104. No.50. P. 12084-12089.

16. Plugatyr A., Carvajal-Ortiz R.A., Svishchev I.M. Ion-pair association constant for LiOH in supercritical water // Journal of Chemical and Engineering Data. — V. 56. No.9. P. 3637-3642.

17. Взаимосвязь между коэффициентами распределения примесей котловой воды и константами диссоциации / Г. В. Василенко [и др.] // Теплоэнергетика. — 1995. — № 7. — С. 64–67.

Поступила в редакцию 16.05.2018
Сдана в редакцию 17.05.2018
Запланирована в номер 24.08.2018

Received 16.05.2018
Submitted 17.05.2018
Scheduled in the issue 24.08.2018

Об авторе

Щербаков Владимир Николаевич,
доцент кафедры «Гидравлика, гидропневмоавтоматика и тепловые процессы» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
кандидат технических наук, доцент,
ORCID: http://orcid.org/10000-0001-5682-3792
vladnik48@aaanet.ru

Author:

Shcherbakov, Vladimir N.,
associate professor of the Hydraulics, Hydraulic and Pneumatic Control Systems and Heat Processes Department, Don State Technical University
(1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),
Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/10000-0001-5682-3792
vladnik48@aaanet.ru

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 421–425. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 421–425. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 620.179.18 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-421-425

Информационно-измерительный комплекс для неразрушающего контроля качества твердых сплавов*

И. К. Цыбрий[1], В. Л. Вяликов[2], В. И. Игнатенко[3]**
[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Data measurement system for non-destructive quality testing of hard alloys ***

I. K. Tsybriy[1], V. L. Vialikov[2], V. I. Ignatenko[3] **
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Известно, что качество изделий из спеченных твердых сплавов, при отсутствии нарушений технологии изготовления, определяется фазовым составом и средним размером зерен карбидной фазы. Однако твердые сплавы обладают недостатком, присущим в той или иной степени всем изделиям порошковой металлургии — неоднородностью структуры и соответствующей вариацией свойств. Традиционные методы контроля структуры и фазового состава, по результатам выборочных разрушающих испытаний, не позволяют оперативно в условиях производства получать информацию о качестве и не гарантируют идентичности свойств всех изделий исследуемой партии. Основным методом неразрушающего контроля качества твердых сплавов является измерение коэрцитивной силы. Однако отечественных коэрцитиметров в настоящее время не производится. В связи с этим целью настоящей работы является создание отечественного информационно-измерительного комплекса для неразрушающего контроля качества изделий из спеченных твердых сплавов и оценка достоверности полученных с его помощью результатов. *Материалы и методы.* В работе использованы цилиндрические и сфероконические стержни диаметром от 4 до 10 мм, изготовленные из сплавов марок ВК8 и ВК10ХОМ. Для определения коэрцитивной силы в информационно-измерительном комплексе использован метод сравнения с аттестованным изделием.

Результаты исследования. Проведены измерения коэрцитивной силы двух партий изделий из твердых сплавов марки ВК10ХОМ и марки ВК8, выполненных с помощью разработанного информационно-измерительного комплекса и коэрцитиметра KOERZIMAT 1.097 HcJ.

Обсуждение и заключения. Проведенные экспериментальные исследования показали, что значения коэрцитивной силы образцов, полученные на разном оборудовании, имеют примерно одинаковый уровень.

Introduction. It is known that the quality of products from sintered hardmetals, if the fabrication technique is not violated, is determined by the phase composition and an average grain size of the carbide phase. However, hard alloys have a disadvantage inherent in all products of powder metallurgy - the inhomogeneity of the structure and the corresponding variation of properties. Traditional methods of monitoring the structure and phase composition according to the results of selective destructive tests prevent from receiving quality data under the production conditions and do not guarantee the identity of the properties of all batch products under study. The major method of non-destructive quality control of hard alloys is coercimetry, but domestic coercimeters are currently not produced. In this regard, the work objective is to create a domestic data measurement system for non-destructive quality testing of hard alloys and an assessment of the reliability of the results obtained with its help.

Materials and Methods. Cylindrical and spherangular rods with the diameter of 4 to 10 mm, made of alloys of VK8 and VK10HOM grades, were used in the work. The method of comparison with a certified product was used to determine the coercitive force in the data measuring system.

Research Results. The coercive force of two batches of products from hard alloys of VK10HOM and VK8 grades was measured using the developed data measuring system and KOERZIMAT 1.097 HcJ coersimeter.

Discussion and Conclusions. The experimental studies show that the values of the coercitive force of the samples obtained on different equipment have approximately the same level.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: irconst@mail.ru, Vialikov@mail.ru, 79043421201@yandex.ru
*** The research is done within the frame of independent R&D.

Подтверждена, как следствие технологии производства, характерная для спеченных твердых сплавов неоднородность структуры. Учитывая, что относительная погрешность измерений коэрцитивной силы для каждого образца должна находиться в пределах ± 6 %, можно считать полученные результаты удовлетворительными. Показано, что предложенный и реализованный в информационно-измерительном комплексе алгоритм измерения путем сравнения характеристик испытуемых и аттестованного образца с известной коэрцитивной силой, позволяет производителю изделий из твердых сплавов расширить выборку контролируемых изделий вплоть до 100% и существенно снизить затраты на неразрушающий контроль продукции.

The inhomogeneity of the structure characteristic of sintered hardmetals being a fabrication technique effect is confirmed. Providing that the relative error of measuring the coercitive force for each sample should be within ± 6%, the results obtained can be considered satisfactory. It is shown that the measurement algorithm proposed and implemented in the data measurement system through comparing the characteristics of the tested and certified samples with the known coercitive force, allows the manufacturer of hard alloy products to expand the sample of inspected products up to 100%, and to significantly reduce the costs for non-destructive testing of products.

Ключевые слова: твердые сплавы, неразрушающий контроль качества, коэрцитивная сила, информационно-измерительный комплекс.

Keywords: hard alloys, non-destructive quality control, coercitive force,

Образец для цитирования: Цыбрий, И. К. Информационно-измерительный комплекс для неразрушающего контроля качества твердых сплавов / И. К. Цыбрий, В. Л. Вяликов, В. И. Игнатенко. — Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, №4. — С. 421-425. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-421-425

For citation: I.K. Tsybriy, V.L. Vialikov, V.I.Ignatenko. Data measurement system for non-destructive quality testing of hard alloys . Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 421-425. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-421-425

Введение. Среди материалов, получаемых методами порошковой металлургии, широкое распространение получили твердые сплавы, базовый состав которых представляет собой мелкодисперсные карбиды вольфрама и титана на кобальтовой связке. Применение изделий из твердых сплавов обусловлено рядом ценных свойств, таких как твердость, сопротивление износу при трении, износостойкость. В то же время нарушение технологии производства порошков и особенностей спекания вызывают появление структурной неоднородности внутри одной партии готовых изделий и, как следствие, неоднородности эксплуатационных характеристик в широких пределах. Поэтому выборочный контроль нескольких твердосплавных изделий из партии с применением, например, металлографического анализа или механических испытаний не дает гарантии идентичности структуры и свойств всей партии.

Известно, что качество изделий из спеченных твердых сплавов определяется, главным образом, фазовым составом, т.е. соотношением количества ферромагнитной кобальтовой фазы и парамагнитных карбидов и средним размером зерен карбидной фазы [1–3]. При фиксированном содержании кобальтовой фазы для каждой марки твердосплавного материала прочность готовых изделий практически полностью определяется зернистостью карбидов [4].

Альтернативой разрушающим испытаниям является неразрушающий контроль качества твердых сплавов по коэрцитивной силе, которая в первом приближении обратно-пропорционально зависит от зернистости карбидов. Значение коэрцитивной силы, наряду с прочностными характеристиками твердых сплавов, введено в действующие до настоящего времени стандарты [5, 6]. Однако отсутствие в настоящее время производства отечественных коэрцитиметров вынуждает производителей изделий из твердых сплавов применять для неразрушающего контроля зарубежные аналоги.

В связи с этим, целью настоящей работы являлось создание информационно-измерительного комплекса для неразрушающего контроля качества изделий из спеченных твердых сплавов и оценка достоверности полученных с его помощью результатов контроля путем сравнения с результатами, полученными при использовании коэрцитиметра KOERZIMAT 1.097 HcJ фирмы «Institut Dr.Foerster GmbH & Co. KG» [7], включенного в Государственный реестр РФ средств измерений [8]. Результаты измерения коэрцитивной силы на коэрцитиметре KOERZIMAT 1.097 HcJ предоставлены ОАО «Серпуховский инструментальный завод «ТВИНТОС».

Материалы и методы. Образцы для исследований представляли собой цилиндрические и сфероконические стержни диаметром от 4 до 10 мм, изготовленные из сплавов марок ВК8 и ВК10ХОМ.

Разработанный информационно-измерительный комплекс [9, 10], структурная схема которого представлена на рис. 1, состоит из шести функциональных блоков.



Рис.1. Структурная схема информационно-измерительного комплекса

Стабилизатор напряжения собран на повышающем трансформаторе и предназначен для увеличения напряжения питания до 300 В и подачи его на катушку намагничивания измерительного блока. Включение трансформатора производится магнитным пускателем с искрогасящим контуром, что обеспечивает мягкое включение и выключение измерительного блока. Управление магнитным пускателем осуществляется микроконтроллером через симисторную схему включения.

Измерительный блок представляет собой соленоид с намагничивающей катушкой и закрепленным внутри него измерительным контуром (рис. 2). Параметры катушки намагничивания позволяют получать напряженность магнитного поля внутри соленоида до 350 кА/м. Величина магнитного поля, создаваемого в соленоиде блока намагничивания, позволяет измерять коэрцитивную силу близко к полю насыщению материала.

Устройство масштабирования предназначено для настройки уровня измеряемого сигнала под возможности микроконтроллера. Блок питания и релейной автоматики предназначен для подачи различного вида и уровня напряжений на составные части устройств масштабирования, математической обработки и органы управления и индикации.

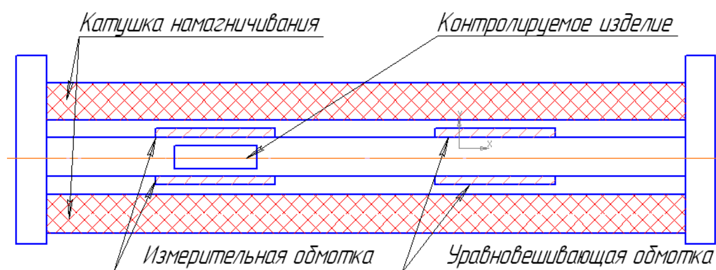


Рис. 2. Измерительный блок

Устройство математической обработки предназначено для вычисления и запоминания уровня сигнала соответствующего коэрцитивной силе аттестованного образца и вычисления методом сравнения уровня сигнала, соответствующего коэрцитивной силе проверяемого изделия.

Алгоритм работы информационно-измерительного комплекса следующий:

— аттестованный образец помещается в измерительный блок, значение коэрцитивной силы выводится на индикатор лицевой панели;

— измеряется и запоминается напряжение U_1, соответствующее известному значению коэрцитивной силы;

— аттестованный образец удаляется из измерительного блока;

— испытуемый образец помещается в измерительный блок;

— измеряется и запоминается напряжение U_2, соответствующее значению коэрцитивной силы испытуемого образца;

— полученное путем сравнения напряжений U_1 и U_2 значение коэрцитивной силы испытуемого образца выводится на индикатор лицевой панели;

— испытуемый образец удаляется из измерительного блока.

При необходимости измерения партии изделий одной марки и одного типоразмера с аттестованным образцом процесс измерения повторяется, начиная с пункта 4).

Результаты исследования. Результаты сравнительного анализа, полученные путем измерения значений коэрцитивной силы 24 образцов изделий из твердых сплавов марки ВК10ХОМ с помощью разработанного информационно-измерительного комплекса (ряд 1) и коэрцитиметра KOERZIMAT 1.097 HcJ (ряд 2), представлены на рис. 3. Аналогичные результаты для 46 образцов изделий из твердых сплавов марки ВК8 представлены на рис. 4.

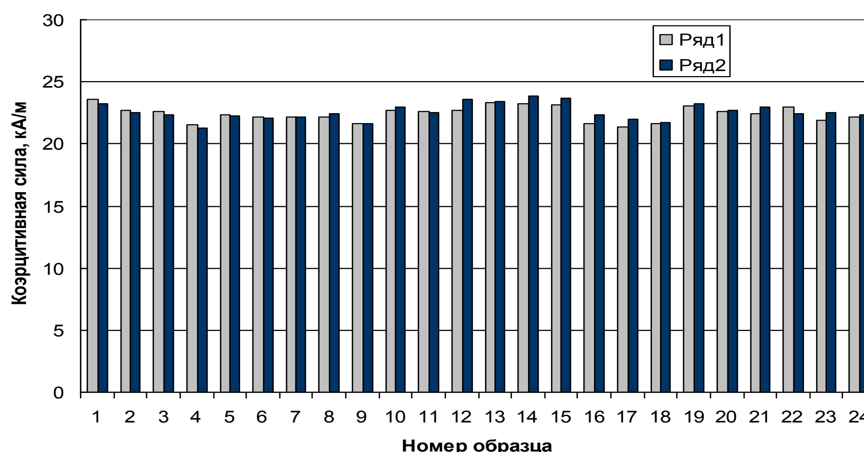


Рис. 3. Коэрцитивная сила образцов марки ВК10ХОМ

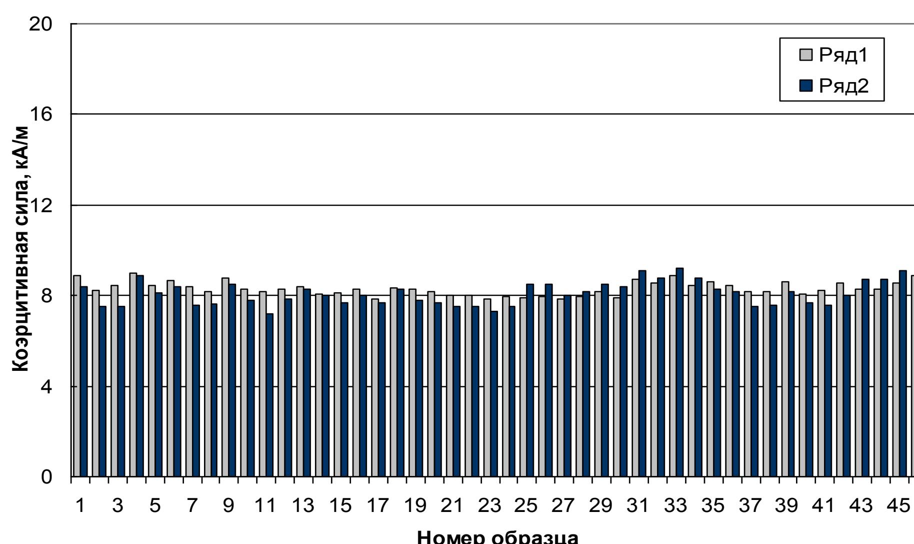


Рис. 3. Коэрцитивная сила образцов марки ВК8

Обсуждение. Проведенные экспериментальные исследования показали, что значения коэрцитивной силы образцов, полученные на приборе «KOERZIMAT 1.097 HcJ» и информационно-измерительном комплексе, имеют примерно одинаковый уровень. Учитывая, что относительная погрешность измерения коэрцитивной силы для коэрцитиметра «KOERZIMAT 1.097 HcJ» находится в пределах ± 6 %, можно считать полученные результаты сравнительных испытаний удовлетворительными.

Вариация значений коэрцитивной силы образцов в рамках одной марки до 10–12% может быть вызвана следующими причинами:

– использованием при спекании порошковых смесей разных производителей;

– несоблюдением требуемых режимов производства;

– влиянием на показания приборов конфигурации образцов, т.к. пониженные значения коэрцитивной силы наблюдались на образцах сфероконической формы, как следствие большего размагничивающего фактора, характерного для такого типа образцов.

Заключение. Таким образом, сравнительные испытания информационно-измерительного комплекса показали принципиальную возможность его использования для контроля качества изделий из спеченных твердых сплавов, а предложенный и реализованный в комплексе алгоритм измерения путем сравнения характеристик испытуемых образцов и аттестованного образца с известной коэрцитивной силой, позволяет производителю изделий из твердых сплавов расширить выборку контролируемых изделий вплоть до 100%, сократить время на контрольные операции и существенно снизить затраты на неразрушающий контроль продукции.

Библиографический список

1. Киффер, Р. Твердые сплавы / Р. Киффер, Ф. Бенезовский. — Москва : Металлургия, 1971. — 390 с.

2. Чапорова, И. Н. Структура спеченных твердых сплавов / И. Н. Чапорова, К. С. Чернявский. — Москва : Металлургия, 1975. — 247 с.

3. Лошак, М. Г. Прочность и долговечность твердых сплавов / М. Г. Лошак. — Киев : Наук. думка, 1984. — 325 с.

4. Цыбрий, И. К. Магнитные свойства и методы исследования структуры спеченных твердых сплавов: дис. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук (05.02.01). – Ростов-на-Дону, 1984. – 166 с.

5. ГОСТ 20 559–75 (ИСО 4884–78, ИСО 4489–78). Сплавы твердые, материалы керамические инструментальные. Правила приемки и методы отбора проб (с Изменениями № 1, 2, 3, 4) [Электронный ресурс] / Электронный фонд правовой и нормативно-технической документации. — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/1200009536 (дата обращения : 15.02.2018).

6. ГОСТ 24 916–81 (СТ СЭВ 1254–78). Сплавы твердые спеченные. Метод определения коэрцитивной силы (с Изменением № 1) [Электронный ресурс] / Электронный фонд правовой и нормативно-технической документации. — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/1200010981(дата обращения : 15.02.2018).

7. Förster F., Stumm W., Application of magnetic and electromagnetic nondestructive test methods fof measuring physical and technological material values // Materials Evaluation, 1975. V. 33. № 1. P. 5 15.

8. Коэрцитиметр KOERZIMAT 1.097 HcJ. 67654-17 : Методика поверки МП 28-261-2017 [Электронный ресурс] / МетрКонсалт. — Режим доступа : http://www.all-pribors.ru/opisanie/67654-17-koerzimat-1-097-hsj-77206 (дата обращения : 15.02.2018).

9. Симоненко, Н. И. Испытательный стенд для измерения магнитных характеристик твердых сплавов / Н. И. Симоненко, И. К. Цыбрий // Фундаментальные основы, теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики: мат-лы 19-ой междунар. науч.-практ. конф. — Новочеркасск, 2018г. — С.127–131.

10. Цыбрий, И. К. Система цифровой обработки сигнала в приборе для определения коэрцитивной силы твердых сплавов / И. К. Цыбрий, Н. И. Симоненко, И. Н. Богданов // Трансформация мирового научно-технического знания : сб. научных трудов по мат-лам междунар. науч.-практ. конф. — Белгород, 2018. — С. 117–119.

Поступила в редакцию 21.09.2018
Сдана в редакцию 26.09.2018
Запланирована в номер 19.10.2018

Received 21.09.2018
Submitted 26.09.2018
Scheduled in the issue 19.10.2018

Об авторах:

Цыбрий Ирина Константиновна,
заведующий кафедрой «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6281-1832
irconst@mail.ru

Вяликов Иван Леонидович,
доцент кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3086-745X
Vialikov@mail.ru

Игнатенко Виталий Иванович,
доцент кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8236-3117
79043421201@yandex.ru

Authors:

Tsybrii Irina K.,
head of the Instrument Making and Biomedical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand. Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6281-1832
irconst@mail.ru

Vyalikov, Ivan L.,
associate professor of the Instrument Making and Biomedical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand. Sci. (Eng.),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3086-745X
Vialikov@mail.ru

Ignatenko, Vitaly I.,
associate professor of the Instrument Making and Biomedical Engineering Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand. Sci. (Eng.),
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8236-3117
79043421201@yandex.ru

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 426–437. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 426–437. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.876.5: 004.942: 541.13 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-426-437

Стационарная модель переноса ионов соли в двумерном электродиализном канале обессоливания в гальваностатическом режиме*

А. М. Узденова[1], М. Х. Уртенов[2]**
[1] Карачаево-Черкесский государственный университет имени У. Д. Алиева, г. Карачаевск, Российская Федерация
[2] Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Российская Федерация

Stationary model of salt ion transfer in two-dimensional electrodialysis desalting channel in galvanostatic mode***

A. M. Uzdenova[1], M. Kh. Urtenov[2]**
[1] Karachay-Circassian State University, Karachaevsk, Russian Federation
[2] Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation

Введение. Статья посвящена теоретическому описанию процесса переноса ионов в мембранных системах в гальваностатическом режиме. В качестве мембранной системы рассматривается канал обессоливания электродиализного аппарата. Цели работы: создание и верификация двумерной математической модели стационарного переноса ионов соли в канале обессоливания электродиализного аппарата для гальваностатического режима.
Материалы и методы. Предложена новая модель переноса ионов. Она основана на системе уравнений Нернста — Планка — Пуассона для электрического потенциала и на уравнении для функции электрического тока. Получено численное решение краевой задачи модели методом конечных элементов с помощью программного пакета *Comsol Multiphysics*.
Результаты исследования. Разработанная математическая модель позволяет описать стационарный перенос ионов бинарной соли в канале обессоливания электродиализного аппарата. При этом учитываются нарушение электронейтральности раствора и формирование расширенной области пространственного заряда при сверхпредельных токах в гальваностатическом режиме. Об адекватности построенной модели свидетельствует хорошее совпадение физико-химических характеристик переноса, рассчитанных по моделям для гальваностатического и потенциостатического режимов.
Обсуждение и заключения. Разработанная модель позволяет интерпретировать результаты экспериментальных исследований переноса ионов в мембранных системах, если данный процесс протекает в гальваностатическом режиме. Некоторые электрокинетические процессы связаны с появлением расширенной области пространственного заряда при сверхпредельных токах. Описывая формирование указанной области, можно выяснить, каким образом зависящие от нее процессы влияют на перенос ионов в гальваностатическом режиме.

Introduction. The theoretical description of the ion transport in membrane systems in the galvanostatic mode is presented. A desalting channel of the electrodialysis apparatus is considered as a membrane system. The work objectives are the development and verification of a two-dimensional mathematical model of the stationary transport of salt ions in the desalting channel of the electrodialysis apparatus for the galvanostatic mode.
Materials and Methods. A new model of ion transfer is proposed. It is based on the Nernst – Planck – Poisson equations for the electric potential and on the equation for the electric current stream function. A numerical solution to the boundary value model problem by the finite element method is obtained using the Comsol Multiphysics software package.
Research Results. The developed mathematical model enables to describe the stationary transfer of binary salt ions in the desalting channel of the electrodialysis apparatus. Herewith, the violation of the solution electroneutrality and the formation of the dilated domain of space charge at overlimiting currents in the galvanostatic mode are considered. A good agreement between the physicochemical characteristics of the transfer calculated by the models for the galvanostatic and potentiostatic modes implies adequacy of the constructed model.
Discussion and Conclusions. The developed model can interpret the experimental study results of ion transfer in membrane systems if this process takes place in the galvanostatic mode. Some electrokinetic processes are associated with the appearance of a dilated domain of space charge at overlimiting currents. When describing the formation of this domain, it is possible to find out how the processes dependent on it affect the ion transfer in the galvanostatic mode.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18–38–00572.
** E-mail: uzd_am@mail.ru, urtenovmax@mail.ru
*** The research is done with the financial support from RFFI within the frame of research project no. 18–38–00572.

Ключевые слова: перенос ионов, ионообменная мембрана, мембранная система, гальваностатический режим, математическая модель, уравнения Нернста — Планка — Пуассона, расширенная область пространственного заряда.

Keywords: ion transport, ion-exchange membrane, membrane system, galvanostatic mode, mathematical model, Nernst – Planck – Poisson equations, dilated domain of space charge.

Образец для цитирования: Узденова, А. М. Стационарная модель переноса ионов соли в двумерном электродиализном канале обессоливания в гальваностатическом режиме / А. М. Узденова, М. Х. Уртенов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 426-437. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-426-437

For citation: A.M. Uzdenova, M.Kh. Urtenov. Stationary model of salt ion transfer in two-dimensional electrodialysis desalting channel in galvanostatic mode. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 426-437. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-426-437

Введение. Мембранные системы составляют основу электродиализных аппаратов, нано- и микрофлюидных устройств, которые применяются при очистке воды, переработке сельскохозяйственной продукции (молока, вина и т. д.), выполнении химических анализов и в других сферах деятельности [1–4]. В многочисленных математических моделях процессов массопереноса в мембранных системах для потенциостатического или потенциодинамического режимов электрический режим задается как скачок потенциала между двумя эквипотенциальными плоскостями, параллельными мембранам. Подробный обзор работ, посвященных моделированию для потенциостатического режима, представлен в [5–7].

В то же время в практике электродиализа, электрохимической характеризации мембран (хронопотенциометрия, импедансометрия и др.) часто используется гальваностатический режим, при котором на межфазной границе поддерживается постоянная средняя плотность тока. Об этом режиме собран огромный объем экспериментальных данных, которые необходимо интерпретировать [8–10]**Ошибка! Закладка не определена.**. Исследования в области математического моделирования гальваностатического режима ведутся по нескольким направлениям.

Первое направление — метод обратной задачи. Как ясно из названия, речь идет о решении обратной задачи: для заданной плотности тока на межфазной границе «раствор — мембрана» находится соответствующий скачок потенциала, а далее рассматривается задача для потенциостатического режима [11]. Низкая эффективность данного метода обусловлена тем, что его реализация требует многократного решения задачи в потенциостатическом режиме для одного заданного значения плотности тока.

Второе направление — метод декомпозиции. При этом система уравнений Нернста — Планка — Пуассона заменяется системой декомпозиционных уравнений [12–16]. Предположение о квазиравномерном распределении заряда позволяет получить модель для гальваностатического режима в приближении закона Ома [17–20].

Третий подход можно назвать прямым методом. В этом случае для плотности тока в канале обессоливания выводится уравнение, заменяющее уравнение Пуассона [21].

Гальваностатический режим можно описать иначе — с помощью численного решения уравнений Нернста — Планка — Пуассона для электрического потенциала со специальным граничным условием, которое позволяет установить плотность тока как параметр, задающий электрический режим в системе. В [22, 23] для одномерного случая производная по времени градиента электрического потенциала определялась как явная функция плотности тока. Это отличает подходы авторов указанных работ от потенциостатических моделей, в которых задается разность потенциалов.

В данной статье представлена стационарная модель процесса переноса ионов в мембранных системах для гальваностатического режима. Она основана на системе уравнений Нернста — Планка — Пуассона с граничным условием, которое позволяет установить плотность тока как параметр, задающий электрический режим в системе. В этом решение аналогично [22, 23]. Отличие же состоит в том, что предлагаемая модель двумерна и учитывает непостоянство плотности тока по длине канала.

Материалы и методы. Под мембранной системой подразумевается канал обессоливания электродиализного аппарата (ЭДА), образованный анионообменной (АОМ) и катионообменной (КОМ) мембранами. Через него со средней скоростью V_0 прокачивается раствор бинарного электролита. На рис. 1 x — нормальная к поверхности мембраны координата, изменяющаяся от 0 (граница с АОМ) до h (граница с КОМ); y — тангенциальная к поверхности мембраны координата, изменяющаяся от 0 (вход в канал) до l (выход из канала).

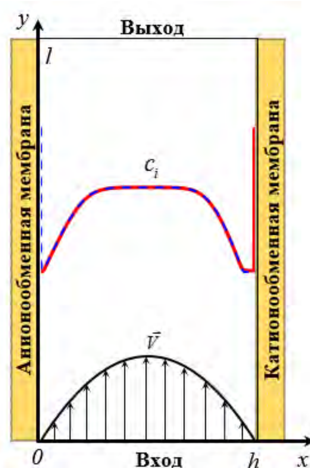


Рис. 1. Схема канала обессоливания ЭДА. Показаны концентрационные профили катионов C_1 (сплошная линия) и анионов C_2 (пунктирная линия). Скорость вынужденного течения $\vec{V}$

Система уравнений. Рассмотрим двумерный стационарный случай системы уравнений, описывающей перенос бинарного электролита в отсутствие химических реакций [24]:

$$\vec{j}_i = -\frac{F}{RT} z_i D_i C_i \nabla\varphi - D_i \nabla C_i + C_i \vec{V}, \; i = 1, 2, \tag{1}$$

$$-\operatorname{div} \vec{j}_i = 0, \quad i = 1, 2, \tag{2}$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r \Delta\varphi = -F(z_1 C_1 + z_2 C_2), \tag{3}$$

$$\vec{I} = F(z_1 \vec{j}_1 + z_2 \vec{j}_2). \tag{4}$$

Здесь $\vec{j}_i$, D_i, z_i и C_i — соответственно поток, коэффициент диффузии, зарядовое число и молярная концентрация i-го иона; φ — электрический потенциал; $\vec{V}$ — скорость потока раствора электролита; ε_0 — электрическая постоянная; ε_r — относительная диэлектрическая проницаемость раствора электролита (предполагается постоянной); $\vec{I}$ — плотность тока; F — постоянная Фарадея; R — газовая постоянная; T — абсолютная температура; $\vec{j}_1, \vec{j}_2, \vec{I}, \varphi, C_1, C_2$ — неизвестные функции координат x и y.

Уравнения Нернста — Планка (1) описывают поток ионов, обусловленный миграцией в электрическом поле, диффузией и конвекцией; (2) — уравнение материального баланса в стационарном случае; (3) — уравнение Пуассона для потенциала электрического поля; (4) — плотность тока в растворе электролита. Будем считать, что распределение скорости в канале соответствует течению Пуазейля [24]:

$$V_x = 0, \quad V_y = 6V_0 \frac{x}{h}\left(1 - \frac{x}{h}\right). \tag{5}$$

Для определения перечисленных выше неизвестных функций необходимо задать краевые условия для системы (1)–(3). Рассмотрим два электрических режима: потенциостатический, когда скачок потенциала на границах системы задается постоянным, и гальваностатический, когда постоянна плотность тока, протекающего через межфазную границу.

Граничные условия для моделирования потенциостатического режима. Будем считать поверхности ионообменных мембран эквипотенциальными. Система (1)–(4) включает потенциал электрического поля только в форме производных по пространственной координате. В этом случае существенным является только скачок потенциала $\tilde{\Delta}\varphi = \varphi(h, y) - \varphi(0, y)$, где $\tilde{\Delta}\varphi$ — известная функция, поэтому положим, например:

$$\varphi(0, y) = 0. \tag{6}$$

Тогда

$$\Delta\tilde{\varphi} = const. \tag{7}$$

Условия (6) и (7) определяют потенциостатический режим. Остальные граничные условия приводятся ниже.

На межфазной границе «АОМ — раствор» ($x = 0$) концентрация коионов (катионов) определяется из условия непрерывности их потока у границы «мембрана — раствор» с учетом селективных свойств АОМ [16]:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial x}+\frac{F}{RT}z_1C_1\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)(0,y)=\frac{(1-T_2)I_x(0,y)}{z_1FD_1}, \qquad (8)$$

где T_i (i = 1, 2) — эффективные числа переноса противоионов в мембране (КОМ и АОМ соответственно); T_i — числа, близкие к 1, причем для идеально селективной мембраны $T_i=1$, и условие (8) превращается в условие непроницаемости мембраны для коионов.

Концентрация противоионов (анионов) зависит от обменной емкости КОМ, что можно задать в виде:

$$C_2(0,y)=C_{2m}=N_aC_0\,. \qquad (9)$$

Здесь постоянная N_a показывает, во сколько раз эта концентрация отличается от концентрации в объеме раствора [25].

На межфазной границе «раствор — КОМ» (x = h) для концентраций ионов приняты условия, аналогичные условиям на границе «АОМ — раствор» (x = 0):

$$C_1(h,y)=C_{1m}=N_\text{c}C_0, \qquad (10)$$

$$\left(\frac{\partial C_2}{\partial x}+\frac{F}{RT}z_2C_2\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)(h,y)=\frac{(1-T_1)I_x(h,y)}{z_2FD_2}. \qquad (11)$$

На входе в канал (y = 0) принято равномерное распределение концентрации ионов:

$$C_i(x,0)=C_0,\quad i=1,2. \qquad (12)$$

Условие для потенциала электрического поля получено из уравнений (1) и (4) с учетом отсутствия протекания тока через вход $I_x(x, 0, t) = 0$:

$$\frac{\partial\varphi(x,0)}{\partial y}=-\frac{RT}{F(z_1^2D_1+z_2^2D_2)C_0}\left(z_1D_1\frac{\partial C_1(x,0)}{\partial y}+z_2D_2\frac{\partial C_2(x,0)}{\partial y}\right). \qquad (13)$$

На выходе из канала (y = l) ионы свободно выносятся потоком раствора:

$$(\vec{n},\vec{j}_i\,)=(\vec{n},-\frac{F}{RT}z_iD_i\,C_i\,\nabla\varphi-D_i\,\nabla C_i+C_i\vec{V})=C_iV_y,\ i=1,2\,. \qquad (14)$$

Система (14) означает также, что сумма диффузионной и миграционной тангенциальных составляющих потоков анионов и катионов равна 0:

$$\left(-\frac{\partial C_i}{\partial y}-\frac{F}{RT}z_iC_i\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)(x,l)=0,\ i=1,2\,. \qquad (15)$$

Для потенциала принято «мягкое» условие, означающее отсутствие резких изменений потенциала на выходе из канала:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x,l)=0. \qquad (16)$$

Краевая задача, включающая уравнения (1)–(4) и краевые условия (6)–(16), моделирует потенциостатический режим, причем его определяющее ключевое условие — (7).

Граничные условия для моделирования гальваностатического режима. При моделировании гальваностатического режима условие (6) остается, а (7) необходимо заменить условием, связанным с заданным значением средней плотности тока i_{av} на межфазной границе «раствор — КОМ» ($x=h$). Для вывода такого граничного условия подставим соотношения (1) в (4) и выразим градиент потенциала электрического поля:

$$\nabla\varphi=-\frac{RT}{F^2(z_1^2D_1C_1+z_2^2D_2C_2)}(\vec{I}+F(z_1D_1\nabla C_1+z_2D_2\nabla C_2)-F(z_1C_1+z_2C_2)\vec{V}). \qquad (17)$$

Полагая в (17) $x=h$, получаем соотношение, связывающее градиент электрического потенциала с заданным значением плотности тока на границе, то есть граничное условие на межфазной границе «раствор — КОМ»:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(h,y)=-\frac{RT}{F^2}\left(\frac{I_x+Fz_1D_1\dfrac{\partial C_1}{\partial x}+Fz_2D_2\dfrac{\partial C_2}{\partial x}}{z_1^2D_1C_1+z_2^2D_2C_2}\right)(h,y). \qquad (18)$$

При этом плотность тока I_x должна удовлетворять условию:

$$\frac{1}{l}\int_0^l I_x(h,y)dy = i_{av}. \tag{19}$$

Математическая модель гальваностатического режима состоит из системы уравнений (1)–(4). Граничные условия (18) и (19) заменяют условие (7). Остальные граничные условия совпадают с условиями для потенциостатического режима.

Скачок потенциала в гальваностатическом режиме является вычисляемой величиной.

Преобразование граничных условий для моделирования гальваностатического режима. Условие (19) неудобно для численного решения, так как содержит интеграл. Ниже приводится один из вариантов преобразования этого условия.

В стационарном случае плотность тока $\vec{I}$ является соленоидальным вектором. Действительно, если умножить (2) на z_i и сложить, то $\operatorname{div}\vec{I} = 0$. Следовательно существует такая функция η, что

$$\frac{\partial\eta}{\partial x} = I_y, \qquad \frac{\partial\eta}{\partial y} = -I_x. \tag{20}$$

С использованием функции η условия (18) и (19) переписываются следующим образом:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(h,y) = -\frac{RT}{F^2}\left(\frac{-\dfrac{\partial\eta}{\partial y} + Fz_1D_1\dfrac{\partial C_1}{\partial x} + Fz_2D_2\dfrac{\partial C_2}{\partial x}}{z_1^2D_1C_1 + z_2^2D_2C_2}\right)(h,y), \tag{21}$$

$$\frac{1}{l}\int_0^l I_x(h,y)\,dy = -\frac{1}{l}\int_0^l \frac{\partial\eta}{\partial y}(h,y)\,dy = -\frac{1}{l}(\eta(h,l) - \eta(h,0)) = i_{av}. \tag{22}$$

Уравнение (22) можно переписать:

$$\eta(h,l) - \eta(h,0) = -i_{av}l. \tag{23}$$

Чтобы замкнуть систему выражений, необходимо получить уравнение для функции η. С этой целью, как и в работах [15, 16], введем в рассмотрение линейный дифференциальный оператор, который является функцией вихря (ротором) в двумерном случае, для произвольного двумерного вектора $\vec{W}$:

$$r(\vec{W}) = \left(\frac{\partial W_y}{\partial x} - \frac{\partial W_x}{\partial y}\right). \tag{24}$$

Несложно проверить, что:

1) $r(\nabla u) = 0$ для любой гладкой функции u;

2) $r(u\vec{W}) = (\nabla u, \vec{W})_1 + ur(\vec{W})$ для любой гладкой функции u и любого гладкого вектора $\vec{W}$.

Здесь $(\nabla u, \vec{W})_1 = \frac{\partial u}{\partial x}W_y - \frac{\partial u}{\partial y}W_x$ — кососимметричное скалярное произведение векторов ∇u и $\vec{W}$, причем $(\vec{a}, \vec{a})_1 = 0$ для любого вектора $\vec{a}$.

Применяя (24) к уравнению для плотности тока (4), получаем:

$$r(\vec{I}) = Fz_1r(\vec{j}_1) + Fz_2r(\vec{j}_2). \tag{25}$$

Используя формулу потоков (1), получим соотношение:

$$r(\vec{j}_i) = -\frac{F}{RT}z_iD_ir(C_i\nabla\varphi) - D_ir(\nabla C_i) + r(C_i\vec{V}), \qquad i = 1,2. \tag{26}$$

Отсюда с учетом свойств оператора r:

$$r(\vec{j}_i) = -\frac{F}{RT}z_iD_i\left(\nabla C_i, \nabla\varphi\right)_1 + \left(\nabla C_i, \vec{V}\right)_1 + C_ir(\vec{V}),\ i = 1,2. \tag{27}$$

Учитывая (27) и $r(\vec{I}) = \frac{\partial I_y}{\partial x} - \frac{\partial I_x}{\partial y} = \Delta\eta$, уравнение (25) можно записать:

$$\Delta\eta = -\frac{F^2}{RT}\cdot\left(\left(z_1^2 D_1\frac{\partial c_1}{\partial x}+z_2^2 D_2\frac{\partial c_2}{\partial x}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\left(z_1^2 D_1\frac{\partial c_1}{\partial y}+z_2^2 D_2\frac{\partial c_2}{\partial y}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)+$$
$$+F\left(z_1\frac{\partial c_1}{\partial x}+z_2\frac{\partial c_2}{\partial x}\right)V_y - F\left(z_1\frac{\partial c_1}{\partial y}+z_2\frac{\partial c_2}{\partial y}\right)V_x + F\left(z_1c_1+z_2c_2\right)\left(\frac{\partial V_y}{\partial x}-\frac{\partial V_x}{\partial y}\right). \quad (28)$$

Из (28) и (20) следует, что функция η определяется с точностью до константы, поэтому можно допустить:

$$\eta(h,0)=0\,. \quad (29)$$

Тогда из (23) получаем

$$\eta(h,l) = -i_{\text{av}}l\,. \quad (30)$$

Условия (29) и (30) — краевые для функции η.

Математическая модель для гальваностатического режима в безразмерном виде. Для численного исследования краевых задач удобно перейти к безразмерному виду. Так можно упростить уравнения и выяснить фактическое количество и набор параметров, определяющих поведение системы. Безразмерные переменные описывают класс подобных процессов, характеризующихся одинаковым значением безразмерных чисел.

Характерные величины, описывающие задачу. При моделировании процессов массопереноса в камере обессоливания ЭДА принимается ряд характерных значений:

— для пространственных координат — межмембранное расстояние h;

— для концентраций ионов — объемная концентрация электролита C_0;

— для скорости — средняя скорость вынужденного течения V_0;

— для коэффициентов диффузии — коэффициент диффузии электролита $D = D_1D_2(z_1 - z_2)/(D_1z_1 - D_2z_2)$;

— для электрического потенциала — тепловой потенциал $\varphi_0 = RT/F$;

— для плотности тока — величина $i_0 = FDC_0/h$ (аналог предельной плотности диффузионного тока);

— для потока ионов — диффузионный поток $j_0 = DC_0/h$.

Формулы перехода. Переведем уравнения в безразмерную форму с помощью следующих соотношений (индексом (u) обозначены безразмерные варианты величин):

$$x^{(u)}=\frac{x}{h},\quad y^{(u)}=\frac{y}{h},\quad l^{(u)}=\frac{l}{h},\quad \vec V^{(u)}=\frac{\vec V}{V_0},\quad C_i^{(u)}=\frac{C_i}{C_0}, i=1{,}2,$$
$$\varphi^{(u)}=\frac{\varphi}{\varphi_0},\quad \vec I^{(u)}=\frac{1}{i_0}\vec I,\ \eta^{(u)}=\frac{\eta}{FDC_0},\quad \vec j_i^{(u)}=\frac{1}{j_0}\vec j_i, i=1{,}2,\quad D_i^{(u)}=\frac{D_i}{D}. \quad (31)$$

Система уравнений в безразмерной форме имеет вид (индекс (u) для упрощения записи опущен):

$$\vec j_i = -z_iD_i\,C_i\,\nabla\varphi - D_i\,\nabla C_i + PeC_i\vec V,\ \ i=1,\,2\,, \quad (32)$$

$$-\operatorname{div}\vec j_i = 0,\quad i=1,\,2\,, \quad (33)$$

$$\varepsilon\Delta\varphi = -(z_1C_1 + z_2C_2)\,, \quad (34)$$

$$\Delta\eta = -\left(\left(z_1^2D_1\frac{\partial c_1}{\partial x}+z_2^2D_2\frac{\partial c_2}{\partial x}\right)\frac{\partial\phi}{\partial y}-\left(z_1^2D_1\frac{\partial c_1}{\partial y}+z_2^2D_2\frac{\partial c_2}{\partial y}\right)\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)+$$
$$+Pe\left(z_1\frac{\partial c_1}{\partial x}+z_2\frac{\partial c_2}{\partial x}\right)V_y - Pe\left(z_1\frac{\partial c_1}{\partial y}+z_2\frac{\partial c_2}{\partial y}\right)V_x + Pe\left(z_1c_1+z_2c_2\right)\left(\frac{\partial V_y}{\partial x}-\frac{\partial V_x}{\partial y}\right), \quad (35)$$

$$\vec I = z_1\vec j_1 + z_2\vec j_2\,. \quad (36)$$

Система уравнений (29)–(35) содержит два безразмерных числа: $Pe = V_0h/D$ — число Пекле и $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0RT/(C_0h^2F^2)$. Физический смысл параметра ε состоит в том, что это удвоенный квадрат безразмерной дебаевской длины l_D: $\varepsilon = 2(l_D/h)^2$ [5]. Оценка величин параметров показывает, что при естественных для электродиализа условиях число Пекле имеет порядок $10^2 - 10^6$, число ε имеет порядок $10^{-13} - 10^{-7}$, то есть может считаться малым параметром.

Для удобства численного решения преобразуем систему уравнений, подставив плотность потока (32) в уравнения (33) и (36):

$$div\left(-z_i D_i C_i \nabla\varphi - D_i \nabla C_i + PeC_i\vec{V}\right) = 0, \quad i = 1, 2, \tag{37}$$

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^{2} z_i\left(-z_i D_i C_i \nabla\varphi - D_i \nabla C_i + PeC_i\vec{V}\right). \tag{38}$$

Таким образом, система уравнений содержит следующие неизвестные функции x, y : $C_1, C_2, \varphi, I_x, I_y$. Поля концентраций C_1, C_2 и потенциала φ определяются решением уравнений (37), (34) соответственно. Компоненты плотности тока I_x, I_y вычисляются с помощью (38). Распределение скорости (5) в безразмерной форме:

$$V_x = 0, \quad V_y = 6x(1-x). \tag{39}$$

Присутствие малого параметра ε в уравнении Пуассона (34) означает, что краевая задача является сингулярно возмущенной. Это значительно усложняет ее численное решение, поскольку такие задачи относятся к жестким [26]. Потенциал электрического поля φ и концентрации ионов C_1, C_2 изменяются очень быстро в узком пограничном слое, толщина которого равна длине Дебая l_D [5]. Для решения этой проблемы целесообразно уплотнить вычислительную сетку в пограничном слое и использовать специальные методы решения жестких задач [26].

Граничные условия в безразмерной форме. На межфазной границе «АОМ — раствор» (x = 0):

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial x} + z_1 C_1 \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)(0, y) = \frac{(1-T_2) I_x(0, y)}{z_1 D_1}, \tag{40}$$

$$C_2(0, y) = N_a, \tag{41}$$

$$\varphi(0, y) = 0, \tag{42}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial x}(0, y) = 0. \tag{43}$$

На границе «раствор — КОМ» (x = 1):

$$C_1(1, y) = N_c, \tag{44}$$

$$\left(\frac{\partial C_2}{\partial x} + z_2 C_2 \frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)(1, y) = \frac{(1-T_1) I_x(1, y)}{z_2 D_2}, \tag{45}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}(1, y) = -\left(\frac{-\dfrac{\partial\eta}{\partial y} + z_1 D_1 \dfrac{\partial C_1}{\partial x} + z_2 D_2 \dfrac{\partial C_2}{\partial x}}{z_1^2 D_1 C_1 + z_2^2 D_2 C_2}\right)(1, y), \tag{46}$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial x}(1, y) = 0. \tag{47}$$

На входе в канал (y = 0):

$$C_i(x, 0) = 1, \quad i = 1, 2, \tag{48}$$

$$\frac{\partial\varphi(x,0)}{\partial y} = -\frac{1}{z_1^2 D_1 + z_2^2 D_2}\left(z_1 D_1 \frac{\partial C_1}{\partial y} + z_2 D_2 \frac{\partial C_2}{\partial y}\right)(x, 0), \tag{49}$$

$$\eta(x, 0) = 0. \tag{50}$$

На выходе из канала ($y = l$):

$$\left(-\frac{\partial C_i}{\partial y} - z_i C_i \frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)(x, l) = 0,\ i = 1, 2, \tag{51}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y}(x, l) = 0, \tag{52}$$

$$\eta(x, l) = -i_{av} l,\ i_{av} = const. \tag{53}$$

После численного расчета системы (34), (35), (37)–(53) скачок потенциала $\tilde{\Delta}\varphi$ в канале обессоливания определяется по формуле:

http://vestnik.donstu.ru

$$\tilde{\Delta}\varphi = \frac{1}{l}\int_0^l \varphi(1,y)\,dy\,. \qquad (54)$$

Численное решение найдено методом конечных элементов с помощью пакета Comsol Multiphysics на неравномерной вычислительной сетке (плотность элементов сетки увеличена у границ «раствор — мембрана») [27].

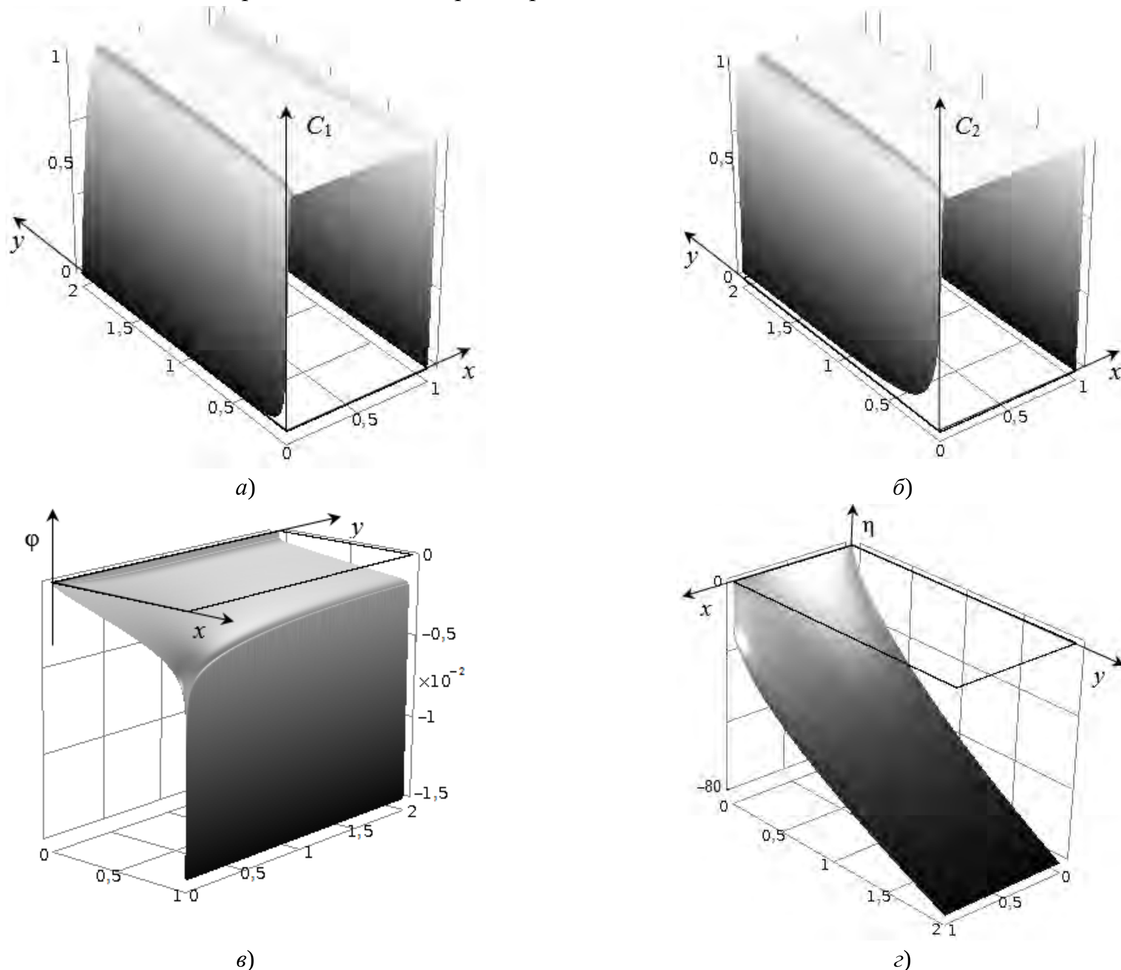
Результаты исследования. Вычисления проведены для $\varepsilon = 1{,}9 \cdot 10^{-9}$, $Pe = 2355$, что соответствует следующим значениям параметров системы:

— входная концентрация раствора электролита NaCl C_0 = 0,1 моль/м^3;
— температура T = 298 K;
— коэффициенты диффузии катионов и анионов соответственно $D_1 = 1{,}33 \cdot 10^{-9}$ м^2/с, $D_2 = 2{,}05 \cdot 10^{-9}$ м^2/с;
— числа переноса противоионов в мембранах $T_1 = 0{,}972$, $T_2 = 1$;
— зарядовые числа ионов $z_1 = 1$, $z_2 = -1$;
— отношение концентрации противоионов на границе с мембранами к ее значению на входе в канал $N_c = N_a = 1$;
— $h = 10^{-3}$ м — ширина канала;
— $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м — длина канала;
— $V_0 = 3{,}8 \cdot 10^{-3}$ м/с — скорость прокачки раствора.

На рис. 2 приведены поля концентраций C_1 и C_2, потенциала φ и функции η, рассчитанные при плотности тока $i_{av} = 1{,}5 i_{lim}$, где i_{lim} — это предельная плотность тока, определенная по формуле Левека (в безразмерной форме) [28]:

$$i_{lim} = \frac{1}{T_1 - t_1}\left(1{,}47\left(\frac{h^2 V_0}{lD}\right)^{1/3} - 0{,}2\right). \qquad (55)$$

Здесь t_1 = 0,395 — число переноса катионов в растворе [9].



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 2. Поля концентрации катионов C_1 (*а*) и анионов C_2 (*б*), потенциала φ (*в*) и функции η (*г*). Расчет по модели для гальваностатического режима при плотности тока $i_{av} = 1{,}5\, i_{lim}$

В канале действует вынужденное течение, поэтому в областях у мембран истощение концентрации ионов увеличивается при удалении от входа в канал (вдоль направления, тангенциального к поверхностям мембран). Соответственно, толщина расширенной области пространственного заряда увеличивается вдоль канала (рис. 3).

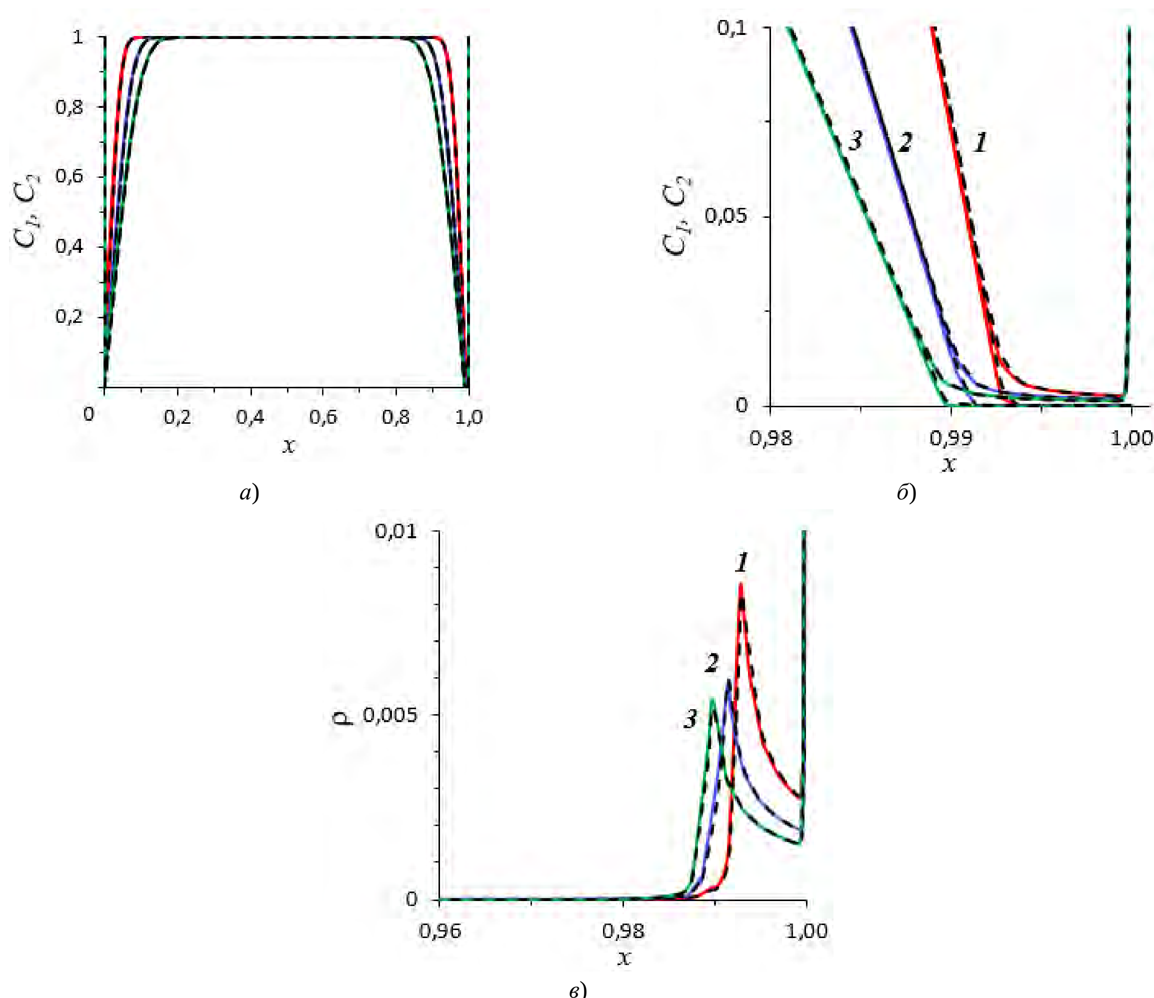


Рис. 3. Результаты численного расчета по модели для гальваностатического (сплошные линии) и потенциостатического (пунктирные линии) режимов при плотности тока $i_{av} = 1{,}5 i_{lim}$ в сечениях $y = 0{,}1l$ (1), $y = 0{,}4l$ (2), $y = 0{,}9l$ (3): концентрационные профили C_1 и C_2 (*а*); увеличение рис. 3, *а* (*б*); плотность пространственного заряда $\rho = z_1 C_1 + z_2 C_2$ (*в*)

Вольтамперная характеристика (ВАХ, кривая 1 на рис. 4) рассчитана на основе гальваностатической модели. При этом задаваемая плотность тока изменялась: $i_{av} = 0;\ 0{,}005 i_{lim};\ \ldots;\ 1{,}5 i_{lim}$.

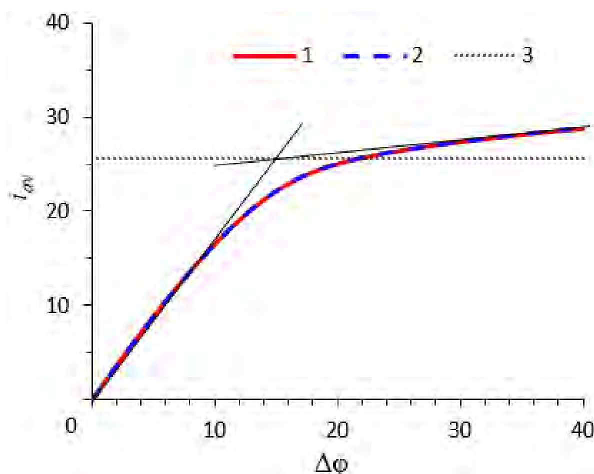


Рис. 4. ВАХ, рассчитанные по моделям для гальваностатического (1) и потенциостатического (2) режимов; предельная плотность тока i_{lim} (3) определена по формуле (55)

Предельная плотность тока определена по точке пересечения касательных к ВАХ в начальной части и на наклонном плато [5]. Здесь она совпадает со значением i_{lim}, оцененным по приближенной формуле Левека (55). Также ВАХ была рассчитана на основе потенциостатической модели при изменении скачка потенциала $\Delta\varphi = 0; 0{,}4; \ldots; 40$ (кривая 2 на рис. 4). Как видно из рис. 4, ВАХ 1 и 2 совпадают. Таким образом, существует однозначное соответствие каждому скачку потенциала некоторой плотности тока, и наоборот.

Рис. 3 и 4 демонстрируют достаточно хорошее совпадение различных физико-химических характеристик переноса, рассчитанных по моделям для гальваностатического и потенциостатических режимов. Это доказывает адекватность построенной авторами модели переноса в гальваностатическом режиме.

Вычислительные затраты предлагаемой модели оценивались следующим образом. Фиксировалось время, затраченное на решение краевых задач для гальваностатического и потенциостатического режимов. При этом значения задаваемой точности вычислений, параметры системы были одинаковыми, а $i_{av} = 1{,}5\, i_{lim}$. Затем показатели времени сравнивались. Таким образом выяснилось, что расчет по гальваностатической модели требует в 1,6 раз больше времени. Это связано с тем, что:
— гальваностатическая модель содержит дополнительное уравнение для определения распределения плотности тока;
— для потенциала на границе $x = 1$ установлено условие второго рода (46).

Комплексный потенциал электромембранной системы для гальваностатического режима. В работе [25] предложено обобщение импеданса электрохимической системы с помощью функции η, введенной в условиях электронейтральности. Аналогичное обобщение приемлемо и в данном случае. Отметим, что при использовании электрохимического импеданса объект рассматривается только как «черный ящик», и его внутренние свойства определяются косвенно. Полученные выше результаты позволяют ввести понятие комплексного потенциала электромембранной системы: $P = \varphi + i \cdot \eta$. Комплексный потенциал — это функция координаты любой точки внутри объекта, поэтому, в отличие от электрохимического импеданса, он позволяет исследовать внутренние свойства объекта.

Обсуждение и заключения. Описан новый метод математического моделирования стационарного процесса массопереноса в гальваностатическом режиме для мембранных систем. При этом рассмотрен двумерный случай с использованием специального граничного условия, позволяющего задать плотность тока в системе. Представлены уравнения для электрической функции тока. Результаты численного решения по потенциостатической и гальваностатической моделям хорошо согласуются. Это показывает адекватность предлагаемой модели переноса в гальваностатическом режиме.

Разработанная модель позволяет интерпретировать результаты экспериментальных исследований переноса ионов в мембранных системах, если данный процесс протекает в гальваностатическом режиме. Некоторые электрокинетические процессы связаны с появлением расширенной области пространственного заряда при сверхпредельных токах. Описывая формирование указанной области, можно выяснить, каким образом зависящие от нее процессы влияют на перенос ионов в гальваностатическом режиме.

Библиографический список

1. Science and technology for water purification in the coming decades / M.-A. Shannon [et. al.] // Nature. — 2008. — Vol. 452 (7185). — P. 301–310. — DOI: https://doi.org/10.1038/nature06599

2. Direct seawater desalination by ion concentration polarization / S.-J. Kim [et. al.] // Nature Nanotechnology. — 2010. — V. 5. — P. 297–301. — DOI: https://doi.org/10.1038/nnano.2010.34

3. Kim, S.-J. Nanofluidic concentration devices for biomolecules utilizing ion concentration polarization: theory, fabrication, and applications / S.-J. Kim, Y.-A. Song, J. Han // Chemical Society Reviews. — 2010. — Vol. 39 (3). — P. 912–922. — DOI: https://doi.org/10.1039/b822556g

4. Elimelech, M. The Future of Seawater Desalination: Energy, Technology, and the Environment / M. Elimelech, W.-A. Phillip // Science. — 2011. — Vol. 333. — P. 712–717. — DOI: https://doi.org/10.1126/science.1200488

5. Intensive current transfer in membrane systems: Modelling mechanisms and application in electrodialysis / V. V. Nikonenko [et. al.] // Advances in Colloid and Interface Science. — 2010. — Vol. 160. — P. 101–123. — DOI: https://doi.org/10.1016/j.cis.2010.08.001

6. Desalination at overlimiting currents: State-of-the-art and perspectives / V. V. Nikonenko [et. al.] // Desalination. — 2014. — Vol. 342. — P. 85–106. — DOI: https://doi.org/10.1016/j.desal.2014.01.008

7. Effect of electroconvection and its use in intensifying the mass transfer in electrodialysis (Review) / V. V. Nikonenko [et. al.] // Russian Journal of Electrochemistry. — 2017. — Vol. 53 (10). — P. 1122–1144. — DOI: https://doi.org/10.1134/S1023193517090099

8. Effect of Anion-exchange Membrane Surface Properties on Mechanisms of Overlimiting Mass Transfer / E. I. Belova [et. al.] // Journal of Physical Chemistry. B. — 2006. — Vol. 110. — P. 13458–13469. — DOI : https://doi.org/10.1021/jp062433f

9. Effect of counterion hydration numbers on the development of Electroconvection at the surface of heterogeneous cation-exchange membrane modified with an MF-4SK film / V. V. Gil [et. al.] // Petroleum Chemistry. — 2016. — Vol. 56 (5). — P. 440–449. — DOI: https://doi.org/10.1134/S0965544116050066

10. Effect of surface hydrophobization on chronopotentiometric behavior of an AMX anion-exchange membrane at overlimiting currents / E. Korzhova [et. al.] // Journal of Membrane Science. — 2016. — Vol. 500. — P. 161–170. — DOI: https://doi.org/10.1016/j.memsci.2015.11.018

11. Лаврентьев, А. В. Математическое моделирование переноса в электромембранных системах с учетом конвективных течений / А. В. Лаврентьев, А. В. Письменский, М. Х. Уртенов. — Краснодар : Изд-во КубГТУ, 2006. —147 с.

12. Model and Experimental Studies of Gravitational Convection in an Electromembrane Cell / A. V. Pismensky [et. al.] // Russian Journal of Electrochemistry. — 2012. — Vol. 48 (7). — P. 830–841. — DOI: https://doi.org/10.1134/S1023193512070075

13. Коваленко, А. В. 3D-моделирование переноса бинарного электролита в гальваностатическом режиме в условиях электронейтральности [Электронный ресурс] / А. В. Коваленко, Е. В. Казаковцева, М. Х. Уртенов // Научный журнал КубГАУ. — 2015. — № 110 (06). — С. 1–12. — Режим доступа: http://www.ej.1gb.ru/2015/06/pdf/23.pdf (дата обращения 02.03.18).

14. Chronopotentiometric Response of Electrically Heterogeneous Permselective Surface: 3D Modelling of Transition Time and Experiment / S. A. Mareev [et. al.] // Journal of Physical Chemistry. C. — 2016. — Vol. 120. — P. 13113–13119. — DOI: https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.6b03629

15. Мареев, С. А. Одномерное моделирование результатов хронопотенциометрии в сверхпредельных токовых режимах [Электронный ресурс] / С. А. Мареев [и др.] // Конденсированные среды и межфазные границы. — 2015. — Т. 17, № 2. — С. 171–180. — Режим доступа: http://www.kcmf.vsu.ru/resources/t_17_2_2015_006.pdf (дата обращения 05.11.18).

16. Chronopotentiometry of ion-exchange membranes in the overlimiting current range. Transition time for a finite-length diffusion layer: modeling and experiment [Электронный ресурс] / S. A. Mareev [et. al.] // Journal of Membrane Science. — 2016. — Vol. 500. — P. 171–179. — Режим доступа: https://doi.org/10.1016/j.memsci.2015.11.026 (дата обращения 05.11.18).

17. Анализ краевой задачи модели переноса бинарного электролита в приближении закона Ома [Электронный ресурс] / А. В. Коваленко [и др.] // Научный журнал КубГАУ. — 2012. — № 77 (03). — С. 1–14. — Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/03/pdf/57.pdf (дата обращения 05.11.18).

18. Численное решение краевой задачи модели переноса бинарного электролита в приближении закона Ома [Электронный ресурс] / А. В. Коваленко [и др.] // Научный журнал КубГАУ. — 2012. — № 77 (03). — С. 1–16. — Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/03/pdf/58.pdf (дата обращения 05.11.18).

19. Хромых, А. А. Асимптотическое решение краевой задачи модели ЗОМ тернарного электролита / А. А. Хромых, А. В. Коваленко, М. Х. Уртенов // Фундаментальные исследования. — 2014. — № 8, ч. 3. — С. 600–606.

20. Kovalenko, A. V. Decomposition of the two-dimensional Nernst-Planck-Poisson equations for a ternary electrolyte / A. V. Kovalenko, A. A. Khtomykh, M. K. Urtenov // Doklady Mathematics. — 2014. — V. 90 (2). — P. 635–636. — DOI: https://doi.org/10.1134/S1064562414060271

21. Коваленко, А. В. 2D-моделирование переноса ионов соли для бинарного электролита в гальванодинамическом режиме / А. В. Коваленко, А. М. Узденова, М. Х. Уртенов // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. — 2013. — № 3. — С. 67–76.

22. Numerical Simulation of the Nonequilibrium Diffuse Double Layer in Ion-Exchange Membranes / J.-A. Manzanares [et. al.] // Journal of Physical Chemistry. — 1993. — Vol. 97. — P. 8524–8530. — DOI: https://doi.org/10.1021/j100134a023

23. Moya, A.-A. Electrochemical impedance of ion-exchange systems with weakly charged membranes / A.-A. Moya // Ionics. — 2013. — Vol. 19. — P. 1271–1283. — DOI: https://doi.org/10.1007/s11581-013-0850-0

24. Newman, J.-S. Electrochemical systems / J.-S. Newman. — New Jersey : Prentice Hall, 1973. — 464 p.

25. Rubinstein, I. Voltage against current curves of cation exchange membranes / I. Rubinstein, L. Shtilman // Journal of the Chemical Society Faraday Transactions. — 1979. — Vol. 75. — P. 231–246. — DOI: https://doi.org/10.1039/F29797500231

26. Doolan, E.-P. Uniform numerical methods for problems with initial and boundary layers / E.-P. Doolan, J.-J.-H. Miller, W.-H.-A. Schilders. — Dublin : Boole Press, 1980. — 324 p.

27. Математическое моделирование физико-химических процессов в среде ComsolMultiphysics 5.2 / А. В. Коваленко [и др.]. — Санкт-Петербург : Лань, 2017. — 228 с.

28. Мембраны и мембранные технологии / Под. ред. А. Б. Ярославцева. — Москва : Научный мир, 2013. — 612 с.

29. 2D-моделирование переноса бинарного электролита в электромембранных системах / А. В. Коваленко [и др.] // Известия Кубан. гос. ун-та. Естественные науки. — 2013. — № 2. — С. 52–57.

Поступила в редакцию 03.08.2018
Сдана в редакцию 05.08.2018
Запланирована в номер 03.09.2018

Received 03.08.2018
Submitted 05. 08.2018
Scheduled in the issue 03.09.2018

Об авторах:

Узденова Аминат Магометовна,
доцент кафедры «Информатика и вычислительная математика» Карачаево-Черкесского государственного университета (РФ, 369202, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29),
кандидат физико-математических наук, доцент.
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5951-9876
uzd_am@mail.ru

Уртенов Махамет Али Хусеевич,
заведующий кафедрой «Прикладная математика» Кубанского государственного университета (РФ, 350040, г. Краснодар, Ставропольская, 149), доктор физико-математических наук, профессор.
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0252-6247
urtenovmax@mail.ru

Autors:

Uzdenova, Aminat M.,
associate professor of the Informatics and Computational Mathematics Department, Karachay-Circassian State (29, Lenin St., Karachaevsk, 369202, RF), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5951-9876
uzd_am@mail.ru

Urtenov, Makhamet A. Kh.,
Head of the Applied Mathematics Department, Kuban State University (149, Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, RF), Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0252-6247
urtenovmax@mail.ru

Вестник Донского государственного технического университета. 2018. Т. 18, № 4. С. 438–448. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2018. Vol. 18, no. 4, pp. 438–448. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 517.978 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

Пример оценки близости управлений, синтезированных на основе принципа максимума и метода АКАР *

В. П. Лапшин[1], И. А. Туркин[2], В. В. Христофорова[3]**
[1, 2, 3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Estimation of proximity of controls synthesized on basis of maximum principle and ADAR method ***

V. P. Lapshin[1], I. A. Turkin[2], V. V. Khristoforova[3]**
[1, 2, 3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Рассмотрен частный случай синтеза одной и той же электромеханической системы управления методом максимума Понтрягина и методом синергетического синтеза. В качестве задачи была определена задача синтеза оптимальной по быстродействию электромеханической системы позиционирования, при этом момент сопротивления движению линейно зависел от выходной координаты системы. Этот подход к выбору задачи синтеза был обусловлен тем, что синтез оптимальных по быстродействию систем является одной из самых широко распространенных задач, которая решается при повышении эффективности действующих систем управления.

Материалы и методы. Синтез оптимальной по быстродействию линейной системы управления на основе принципа максимума — широко распространенная задача в современной теории управления. Однако процедура синергетического синтеза такой формализации не имеет. Исходя из этого, в статье предложен подход, сближающий эти два метода, который, по мнению авторов, позволит повысить эффективность метода синергетического синтеза, добавив в него некоторые особенности методологии синтеза оптимальных систем.

Результаты исследования. В работе сформулированы два основных научных положения. Первое - применение принципа максимума для объекта класса двигатель постоянного тока при синтезе алгоритма позиционирования в условиях линейной нагрузки, функционально зависящей от угла поворота двигателя, позволяет оптимизировать систему по быстродействию. Второе - синтез системы управления на основе синергетического подхода позволяет получить систему, близкую к оптимальной (квазиоптимальную), но уже после модификации самого метода синергетического синтеза. Сформулирована гипотеза о возможной связи между вводимыми, при реализации процедуры расширения пространства состояния в методе синергетического синтеза, постоянными времени с определяемым в методе максимума оптимальным

Introduction. A special case of synthesizing the same electromechanical control system by the Pontryagin maximum principle and by the synergetic synthesis method is considered. The task was to solve the synthesis problem of the time optimal electromechanical position control system; herewith the travel resistance modulus linearly depended on the output coordinate of the system. This approach to the selection of the synthesis problem was because the synthesis of time optimal systems is one of the most widespread problems, and it is solved by increasing the efficiency of the existing control systems.

Materials and Methods. Synthesis of the time optimal linear control system based on the maximum principle is a widely accepted problem in the modern control theory. However, the procedure of synergistic synthesis does not have such formalization. This being the case, the paper suggests an approach that brings together these two methods, which, in our opinion, will increase the efficiency of the synergistic synthesis method through adding some features of the synthesis methodology for optimal systems.

Research Results. The paper formulates two key concepts. The first one is as follows: the application of the maximum principle for an object of the DC motor class when synthesizing the positioning algorithm under the conditions of linear loading functionally dependent on the engine rotation angle allows the time optimal system to be optimized. The second concept states that synthesis of a control system based on the synergistic approach enables to obtain a system close to optimal (quasioptimal), but after modifying the synergetic synthesis method itself. A hypothesis is formulated on the possible connection between the introduced (when implementing the procedure of state space extension in the synergetic synthesis method) time constants with the optimal

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: i090206.lapshin@yandex.ru, tur805@mail.ru, nikaapp@rambler.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

временем переключения управления.
Обсуждение и заключения. Выполнен синтез управления методом максимума и методом Аналитического Конструирования Агрегированных Регуляторов АКАР. На основании сравнения эффективности применения методов выдвигается гипотеза о возможной совместимости исследуемых методов.

switching time of control defined in the maximum method.
Discussion and Conclusions. The synthesis through the maximum control technique and the ADAR method is performed. In virtue of the comparison of efficiency of these methods, a hypothesis is put forward on the possible compatibility of the studied methods.

Ключевые слова: принцип максимума, оптимальное управление, быстродействие, алгоритм управления, синергетический синтез, метод АКАР.

Keywords: maximum principle, optimal control, operation speed, control algorithm, synergetic synthesis, ADAR method.

Образец для цитирования: Лапшин, В. П. Пример оценки близости управлений, синтезированных на основе принципа максимума и метода АКАР / В. П. Лапшин, И. А. Туркин, В. В. Христофорова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. —. 2018. — Т.18, №4. — С. 438-448. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

For citation: V.P. Lapshin, I.A. Turkin, V.V. Khristoforova. Estimation of proximity of controls synthesized on basis of maximum principle and ADAR method. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no. 4, pp. 438-448. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-438-448

Введение. В 20-м столетии потребности техники, в частности космической, выдвинули серию задач, для решения которых была разработана новая теория, получившая название теории оптимального управления [1]. Одним из основных методов при синтезе оптимальных систем управления является разработанный в 50–60 гг. двадцатого века метод максимума, над которым работали советские математики Л. С. Понтрягин и его ученики [2]. Применение этого метода основано на формализации задачи синтеза с переходом к форме задачи Майера и последующем решении систем линейных или, в некоторых особых случаях, нелинейных дифференциальных уравнений [1]. Стоит отметить, что необходимость решения систем дифференциальных уравнений, а в нелинейном случае это не всегда возможно, во многом является ограничением, как самого метода максимума, так и всей концепции синтеза оптимальных систем управления.

В последние десятилетия широкое распространение получил новый подход к синтезу систем управления, который в своей основе опирается на синергетическую концепцию анализа и синтеза систем. Используемый метод, автором которого является А. А. Колесников, получил название метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [4–5]. В основе предложенного подхода лежит концепция синтеза нелинейных обратных связей. Они обеспечивают асимптотическую устойчивость системы управления по отношению к требуемому движению аттрактора в пространстве состояний [4]. Отличием этого метода от методов синтеза оптимальных систем управления является то, что здесь отсутствует как критерий оптимизации системы управления, так и констатация оптимальности синтезированного управления. С точки зрения реализации процедуры синтеза, метод АКАР обладает несомненным преимуществом перед методами синтеза оптимальных систем, которое выражается в отсутствии ограничений на нелинейность системы дифференциальных уравнений [4–5].

С практической точки зрения синтез управления процессами или объектами должен обладать возможностью ответа на вопрос, а есть ли другое управление, которое обладает свойством превосходства над всеми другими. Так современное массовое производство, в целях обеспечения конкуренции на рынке, постоянно требует повышения эффективности. Одним из наиболее востребованных способов такого повышения эффективности является оптимизация процессов управления. Этот подход применим как к системам автоматизированной сборки оборудования [6–7], так и к металлорежущим системам, в частности к системам управления сверлением в металлорежущих станках [8–15]. Идея совмещения этих подходов к синтезу систем управления обладает, с точки зрения авторов, несомненной практической ценностью. С научной точки зрения актуальным является совмещение преимуществ метода АКАР, которые выражаются в возможности учета при синтезе сложной нелинейной динамики процессов в машиностроении [16–19], с четкой и ясной формализацией постановки задачи синтеза и оценки ее достижения в методе максимума [1–2].

1. Синтез базовой математической модели и постановка задачи исследования

В современной экономике широкое распространение получило направление синтеза оптимальных по быстродействию систем, которое позволяет добиться существенного роста эффективности систем в целом [7–8]. Так, при решении задач автоматизации процессов сборки различного оборудования, часто возникает задача крепления различного вида частей друг к другу [6–7]. Здесь от скорости проведения этой операции зависит экономическая эффективность всего процесса производства. Эта же ситуация наблюдается в системах обработки металлов резанием на металлорежущих станках [9–19], в которых чем быстрее осуществляется

процесс обработки деталей, тем меньше издержки всего производственного процесса. Исходя из рассуждений, примем в качестве допущения, что требуется синтезировать оптимальную по быстродействию систему управления, которая с учетом схожести процессов автоматизированного крепления деталей и сверления глубоких отверстий может быть проиллюстрирована следующей схемой (рис. 1).

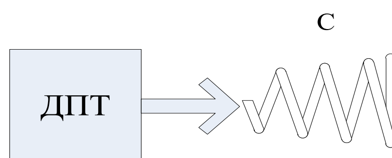


Рис. 1. Иллюстрационная схема

На рис. 1 представлен двигатель постоянного тока, осуществляющий либо операцию крепления оборудования, либо подачу в сверлильном станке. В случае операции крепления — С суммарная характеристика жесткости сжимающегося при скручивании материала. Для случая сверления — С характеризует линейное нарастание сопротивления подаче при накоплении стружки в стружкоотводящих каналах сверла.

В основе исполнительной подсистемы системы управления в обоих рассматриваемых случаях лежит электропривод, обеспечивающий преобразование электрической в механическую энергию движения исполнительных механизмов системы. Примем, что в рассматриваемом случае такое преобразование осуществляется электродвигателем постоянного тока с коллекторным управлением, который описывается следующей системой уравнений [20]:

$$\begin{aligned} U - c_e\omega &= L\frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i &= J\frac{d\omega}{dt} + M_c \end{aligned},$$

где U — напряжение, подаваемое на коллектор двигателя; i — ток, потребляемый двигателем; R, L — параметры электрической части двигателя; J — параметр, характеризующий инерционные свойства ротора двигателя, приведенный инерционный момент всех вращающихся масс; ω — частота вращения ротора двигателя; M_c — внешний приложенный момент сопротивления; c_m, c_e — механическая и электрическая постоянные двигателя. В рассматриваемом случае момент представлен как функция угла поворота ротора двигателя, то есть $M_c = C\alpha$. С учетом этого (1) перепишем как:

$$\begin{aligned} U - c_e\omega &= L\frac{di}{dt} + Ri \\ c_m i &= J\frac{d\omega}{dt} + C\alpha \\ \frac{d\alpha}{dt} &= \omega \end{aligned}. \tag{2}$$

Выразив во втором уравнении значение тока и подставив полученное в первое уравнение, получим:

$$\begin{aligned} & U\frac{1}{c_e} - \omega = \frac{LJ}{c_e c_m}\frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{RJ}{c_e c_m}\frac{d\omega}{dt} + \frac{LC}{c_e c_m}\omega + \frac{RC}{c_e c_m}\alpha \\ & \frac{d\alpha}{dt} = \omega \end{aligned}. \tag{3}$$

Разрешив первое уравнение относительно старшей производной и переписав его вторым, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{d\alpha}{dt} = \omega \\ & \frac{d^2\omega}{dt^2} = -\frac{R}{L}\frac{d\omega}{dt} - \left(\frac{c_m c_e}{LJ} + \frac{C}{J}\right)\omega - \frac{RC}{LJ}\alpha + \frac{c_m}{LJ}U \end{aligned}. \tag{4}$$

Обозначим переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, \dfrac{d\omega}{dt} = x_3$; в качестве постоянных введем $\dfrac{R}{L} = a_{33}, \left(\dfrac{c_m c_e}{LJ} + \dfrac{C}{J}\right) = a_{32}, \dfrac{RC}{LJ} = a_{31}, \dfrac{c_m}{LJ} = b$. Тогда система (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned} \quad . \tag{5}$$

Или в матрично-векторном виде:

$$\dot{x} = Ax + Bu \,, \tag{6}$$

где $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U \end{pmatrix}$.

Примем в качестве привода, обеспечивающего движение рассматриваемой системы, электродвигатель постоянного тока, параметры которого обеспечивают следующие значения постоянных: a_{31}=4,65, a_{32}=4,6, a_{33}=2. Матрица А, с учетом этого, примет вид: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4,65 & -4,6 & -2 \end{pmatrix}$. Зная матрицу А, найдем собственные числа λ матрицы А: λ_1 = –1,2666 + 0,0000i, λ_2 = –0,3667 + 1,8806i, λ_3 = –0,3667 – 1,8806i.

Как видно из полученных собственных значений матрицы, система управления асимптотически устойчива по Ляпунову [21]. Более того, можно утверждать о колебательном характере процессов протекающих в системе, так как собственные значения не только содержат отрицательные вещественные части, но имеют ненулевые мнимые части.

2. Синтез управления методом максимума Понтрягина

Для начала сформулируем задачу синтеза оптимального управления в следующем виде:

— используя принцип максимума для объекта, описываемого Системой (5), определить алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)$=50, $x_2(0)$=0, $x_3(0)$=0 в конечное состояние $x_1(T)=0$, $x_2(T)=0$, $x_3(T)=0$ за минимальное время *T*. *П*ри этом необходимо определить число переключений, моменты переключений и построить кривые управления *u*(*t*) и координат $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$.

На управляющее воздействие наложено ограничение |*u*|≤$\underline{U}_{\text{макс}}$. Параметры системы: $a_{31} = 1, a_{32} = 12, a_{33} = 20, b = 1$; $U_{\text{макс}}$=440 В.

Р е ш е н и е : Запишем гамильтониан:

$$H = \sum_{i=1}^{2} \psi_i f_i \,, \tag{7}$$

где ψ_i и f_i — координаты векторов $\vec{\psi}$ и $\vec{f}$. В дополнение к системе (5), составим систему уравнений для вспомогательных переменных ψ_i, где $i = 1, 2$, используя следующую зависимость:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\sum_{j=1}^{2} \psi_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2.$$

Или в раскрытом виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_1}\psi_3 \right] \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_2}\psi_3 \right] \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= -\left[\frac{\partial f_1}{\partial x_3}\psi_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_3}\psi_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_3}\psi_3 \right] \end{aligned} \tag{8}$$

С учетом (5), система уравнения (8) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Psi_1}{dt} = 4,65\Psi_3 \\ \dfrac{d\Psi_2}{dt} = -\Psi_1 + 4,6\Psi_3 \\ \dfrac{d\Psi_3}{dt} = -\Psi_2 + 2\Psi_3 \end{cases} \qquad (9)$$

Матрица собственных значений для случая (9):

$$A^{\Psi-D} = \begin{pmatrix} 1,2666 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3667+1,8806i & 0 \\ 0 & 0 & 0,3667+1,8806i \end{pmatrix}$$

Решение системы (9) для диагонализированного случая матрицы $A^{\psi-D}$ примет вид:

$$\begin{cases} \Psi_1 = C_1 e^{1,2666t} \\ \Psi_2 = C_2 e^{(0,3667+1,8806i)t} \\ \Psi_3 = C_3 e^{(0,3667-1,8806i)t} \end{cases}. \qquad (10)$$

С учетом матрицы V^{ψ} ,в исходном базисе решение примет вид:

$$\begin{cases} \Psi_1 = -0,9474C_1e^{1,2666t} + (0,5812-0,3347i)C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,5812+0,3347i)C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \\ \Psi_2 = -1,1893C_1e^{1,2666t} + 0,6883C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} - 0,6883C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \\ \Psi_3 = -0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)C_2e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)C_3e^{(0,3667-1,8806i)t} \end{cases},$$

где C_1, C_2, C_3 — постоянные интегрирования.

Общее выражение, описывающее функцию Гамильтона:

$$H = \Psi_1 f_1 + \Psi_2 f_2 + \Psi_3 f_3 \qquad (11)$$

В выражении (11) важную, с точки зрения метода синтеза, роль играет член, включающий в себя управление:

$$H^* = \Psi_3 U = (-C_1 0,2581e^{1,2666t} + C_2(0,1812+0,2086i) + C_3(0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t})bU .$$

Для того, чтобы гамильтониан *H*, вычисляемый по формуле (11), принимал максимальное положительное значение, слагаемое H^* должно быть всегда положительным и наибольшим. Для этого алгоритм оптимального управления должен имеет вид: $u(t)=\sigma U_{max}$, где

$$\sigma = sign(-0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t}) .$$

Оптимальное управление $u(t)$ является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения $\pm U_{max}$, и имеет не более двух интервалов постоянства, так как нелинейная функция

$$-0,2581C_1e^{1,2666t} + (0,1812+0,2086i)e^{(0,3667+1,8806i)t} + (0,1812-0,2086i)e^{(0,3667-1,8806i)t} ,$$

меняет знак не более одного раза. При этом возможная смена знака происходит с плюса на минус, то есть для выполнения принципа максимума требуется сначала подавать на двигатель $U= +U_{max}$, а затем $U= -U_{max}$. Проверим эти рассуждения, построив полученную функциональную зависимость Ψ_3 в пакете Matlab (рис. 2).

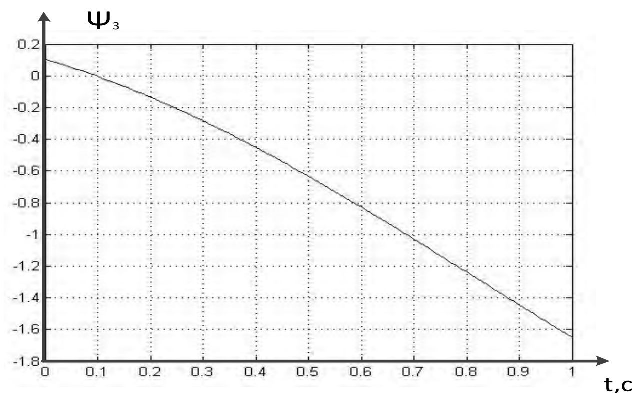


Рис. 2. График изменения Ψ_3

Как видно из рис. 2, Ψ_3 действительно меняет знак с (+) на (–) только один раз. С учетом этих рассуждений определим алгоритм оптимального уравнения, который обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x_1(0)=0$, $x_2(0)=0$, $x_3(0)=0$ в конечное состояние $x_1(T)=50$, $x_2(T)=0$, $x_3(T)=0$ за минимальное время T. Здесь отметим, что в современных условиях нет необходимости получать аналитическое решение исходной системы уравнений. Можно, используя имеющиеся возможности современных пакетов прикладных программ типа Matlab, достаточно просто и наглядно получить численное решение для рассматриваемого случая.

Результаты численного моделирования для расчетного оптимального по быстродействию алгоритма управления представлены на рис. 3. Параметры модели подобраны таким образом, чтобы она выполняла требуемое по правой границе граничное условие.

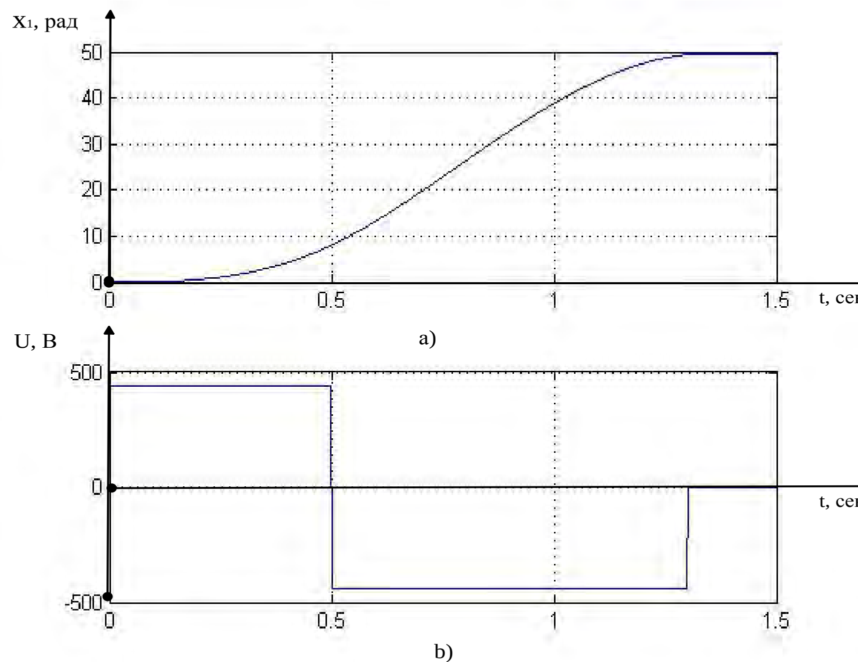


Рис. 3. Графики выходной координаты (а) и переключения управления при $t_1 = 0,5$ (b)

Как видно из рис. 3, время переключения управления с ($+U_{max}$) на ($-U_{max}$) выбрано как $t_1 = 0,5$ секунды, а общее время регулирования составило и $T = 1,3$ секунды. При этом система управления выходит на требуемый нам уровень выходного сигнала, то есть достигается правая граница краевых условий.

3. Синтез системы управления методом АКАР

Для синтеза системы управления методом АКАР можно не осуществлять переход к абстрактному случаю пространства состояния (см. (5)), а удобно использовать исходную систему (2). Однако требуется преобразовать ее к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -a_{21}x_1 + a_{23}x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -a_{32}x_2 - a_{33}x_3 + bU \end{aligned}, \qquad (12)$$

где переменные $\alpha = x_1, \omega = x_2, i = x_3$; в качестве постоянных введены $\frac{c_m}{J} = a_{23}, \frac{C}{J} = a_{21}, \frac{c_e}{L} = a_{32,} \frac{R}{L} = a_{33}, \frac{1}{L} = b$. С учетом определенных ранее значений, получим: $a_{23} = 1,515, a_{21} = 2,325, a_{32,} = 1,5, a_{33} = 2, b = 1$ и система (12) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -2,325x_1 + 1,515x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} &= -1,5x_2 - 2x_3 + U \end{aligned}, \qquad (13)$$

Матрица А, с учетом этого, примет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2,325 & 0 & 1,515 \\ 0 & -1,5 & -2 \end{pmatrix}.$$

Зная матрицу А, найдем собственные числа λ матрицы А: λ_1 = –1,2674 + 0,0000i; λ_2 = –0,3663 + 1,8801i; λ_3 = –0,3663 – 1,8801i. Как видно из этих результатов, речь идет именно о рассматриваемом при синтезе методом максимума случае системы управления.

Координата, характеризующая угол поворота ротора (x_1), является выходной координатой системы. Поэтому для формирования требований к желаемому поведению системы в пространстве состояний введем макропеременную порядка $\Psi_1 = x_1 - x_{01} \Rightarrow 0$, где x_{01} — заданное требуемое значение координаты x_1. Значение скорости изменения угла должно обеспечивать стремление угла поворота ротора к заданному выше значению. Для этого введем еще одну макропеременную $\Psi_2 = x_2 - \phi_2(x_1) \Rightarrow 0$, где $\phi_2(x_1)$ — некоторая функция, описывающая стремление $x_2 \Rightarrow \phi_2(x_1)$ в стационарном состоянии. Дальше вводим макропеременную порядка по координате $\Psi_3 = x_3 - \phi_3(x_1, x_2) \Rightarrow 0$, где $\phi_3(x_1, x_2)$ — некоторая функция, описывающая связь между координатами в стационарном состоянии системы и, следовательно, $x_3 \Rightarrow \phi_3(x_1, x_2)$.

Для вновь введенных макропеременных Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 потребуем асимптотически устойчивый закон изменения, то есть выполнение следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} T_1 \dfrac{d\Psi_1}{dt} + \Psi_1 = 0 \\ T_2 \dfrac{d\Psi_2}{dt} + \Psi_2 = 0 \\ T_3 \dfrac{d\Psi_3}{dt} + \Psi_3 = 0 \end{cases}, \tag{14}$$

где T_1, T_2, T_3 — постоянные времени, определяющие скорость стремления введенных макропеременных к нулю, либо, иными словами, скорость стягивания произвольной траектории движения системы в пространстве состояния к требуемому аттрактору.

Введенная в выражении (14) система уравнений расширила пространство состояний системы с 3-го до 6-го, что является одним из основных положений метода АКАР. Дальнейший синтез системы управления сводится к поэтапному процессу декомпозиции (сжатия) этого пространства до начального уровня [1–2]. Начнем процесс декомпозиции с подстановки в первое уравнение системы (14) вместо макропеременной Ψ_1 ее значения в координатах управляемого процесса. В результате получим:

$$T_1 \frac{dx_1}{dt} + (x_1 - x_{01}) = 0, \tag{15}$$

С учетом (13), уравнение (15) примет вид:

$$T_1 x_2 + (x_1 - x_{01}) = 0. \tag{16}$$

Учитывая следующий шаг алгоритма синтеза, в результате которого приняли, что $x \Rightarrow \phi_2(x_1)$, найдем значение $\phi_2(x_1)$, как:

$$\phi_2(x_1) = -\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \tag{17}$$

Учитывая это, макропеременная Ψ_2 примет вид:

$$\Psi_2 = x_2 - \phi_2(x_1) = x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} \tag{18}$$

Справедливость выражения (17), с точки зрения целей управления, подтверждает тот факт, что в стационарном состоянии значение $x_2 \Rightarrow \phi_2(x_1) \Rightarrow 0$. Тогда, с учетом (18), второе уравнение системы (14), примет следующий вид:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} - T_2 \frac{d\phi_2(x_1)}{dt} + x_2 - \phi_2(x_1) = 0. \tag{19}$$

Или, с учетом значения $\phi_2(x_1)$:

$$T_2 \frac{dx_2}{dt} + \frac{T_2}{T_1}\frac{dx_1}{dt} + x_2 + \frac{(x_1 - x_{01})}{T_1} = 0. \tag{20}$$

На следующем шаге алгоритма синтеза, пользуясь теми же рассуждениями, что и раньше, и тем фактом, что $x_3 \Rightarrow \phi_3(x_1, x_2)$, определим из (20), с учетом (13), значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса:

$$\phi_3(x_1, x_2) = 1{,}535x_1 - 0{,}66\frac{(T_2 + T_1)}{T_1}x_2 - 0{,}66\frac{(x_1 - x_{01})}{T_2T_1}0\,. \qquad (21)$$

Получив значение $\phi_3(x_1, x_2)$ в координатах управляемого процесса, можно определить значение макропеременной Ψ_3 в координатах состояния системы и раскрыть третье уравнение системы (14).

$$T_3[\frac{dx_3}{dt} - \frac{d\phi_3(x_1, x_2)}{dt}] + x_3 - \phi_3(x_1, x_2) = 0\,. \qquad (22)$$

После подстановки в (22) полученных ранее значений $\phi_3(x_1, x_2)$ из (21) и использования системы (13) на этом шаге декомпозиции пространства состояния системы управления, определим значение управления в координатах управляемого процесса:

$$U = 1{,}5x_2 + 2x_3 + 1{,}535x_2 + 1{,}5x_1\frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} - x_3\frac{(T_1T_3 + T_2T_3 + T_1T_2)}{T_1T_2T_3} - \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 0{,}66x_2\frac{(T_1 + T_2 + T_3)}{T_1T_2T_3} - 0{,}66\frac{(x_1 - x_{01})}{T_1T_2T_3} \qquad (23)$$

Выражение (23) и определяет асимптотически устойчивое управляющее воздействие на систему управления, описываемую уравнениями (13).

Результаты моделирования системы дифференциальных уравнений (13) с требуемым значением угла поворота ротора двигателя x_{10}=50 рад и значениями введенных постоянных времени $T_1 = 0{,}1$, $T_2 = 0{,}2$, $T_3 = 0{,}3$ представлены на рис. 4.

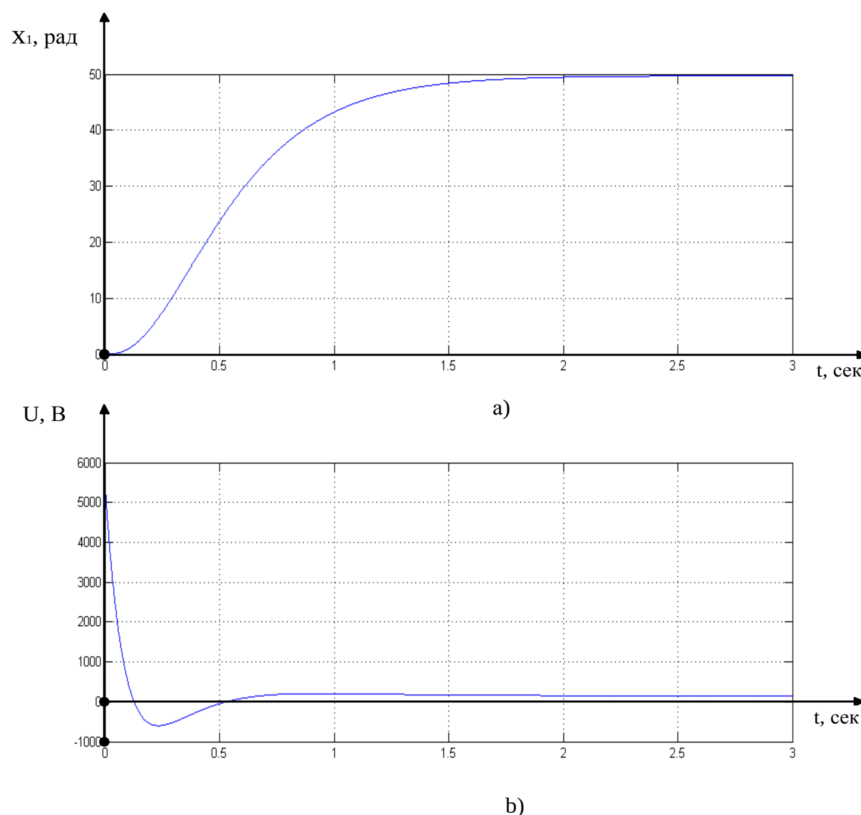


Рис. 4. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}1$, $T_2 = 0{,}2$, $T_3 = 0{,}3$: переходный процесс по выходной координате (a); график изменения управления (b)

Как видно из рис. 4, в сравнении с рис. 3, структура управления в обоих случаях одинакова, то есть речь идет о том, что в начале подается положительное по знаку управление, а затем его знак меняется на противоположный. Время регулирования резко увеличивается до значения близкого к 2,5 секунде, но при этом максимальное управление достигает значений больших 5 000 В. Это недопустимо с точки зрения метода максимума. Для ограничения максимального значения управления введем в контур управления нелинейное звено типа «насыщения» с таким же порогом, как и в случае максимума. Результаты моделирования системы с учетом этого порога и с подобранными значениями постоянных T_1, T_2, T_3 представлены на рис. 5.

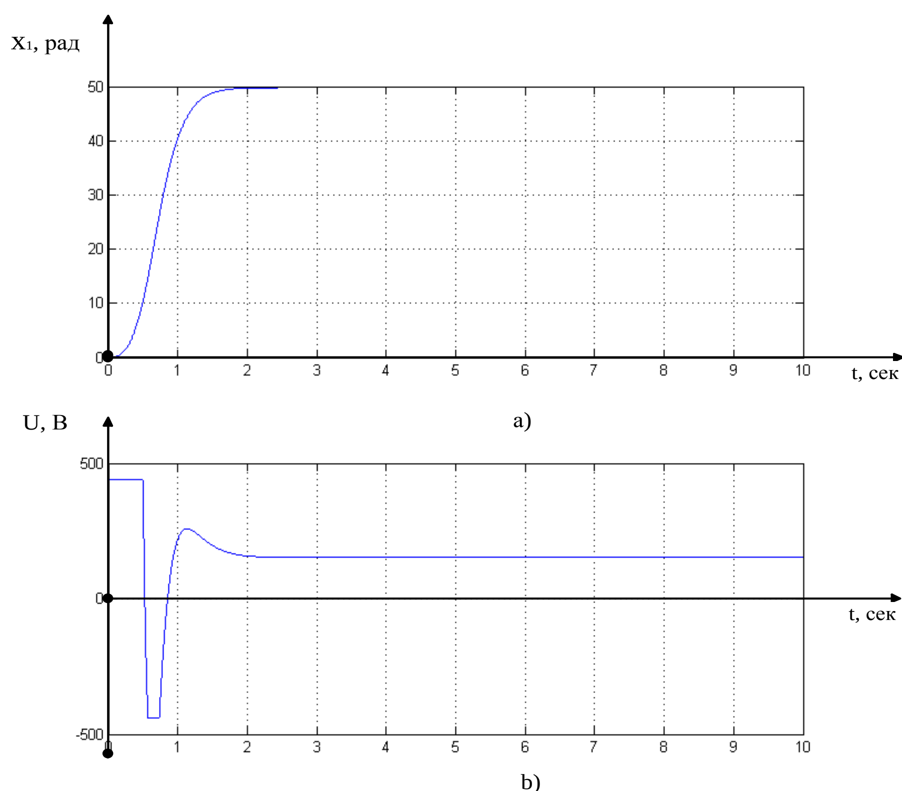


Рис. 5. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}15$, $T_2 = 0{,}16$, $T_3 = 0{,}17$: переходный процесс по выходной координате (а); график изменения управления (b)

Как видно из рис. 5, введение нелинейного ограничения на управление типа «насыщения» позволяет получить требуемый с точки зрения допустимости управления результат. При этом фактически соблюдается определенная методом максимума структура управления, но управление не является оптимальным по быстродействию. Здесь необходимо отметить, что такая модификация метода АКАР может приводить и к потере устойчивости системы (рис. 6).

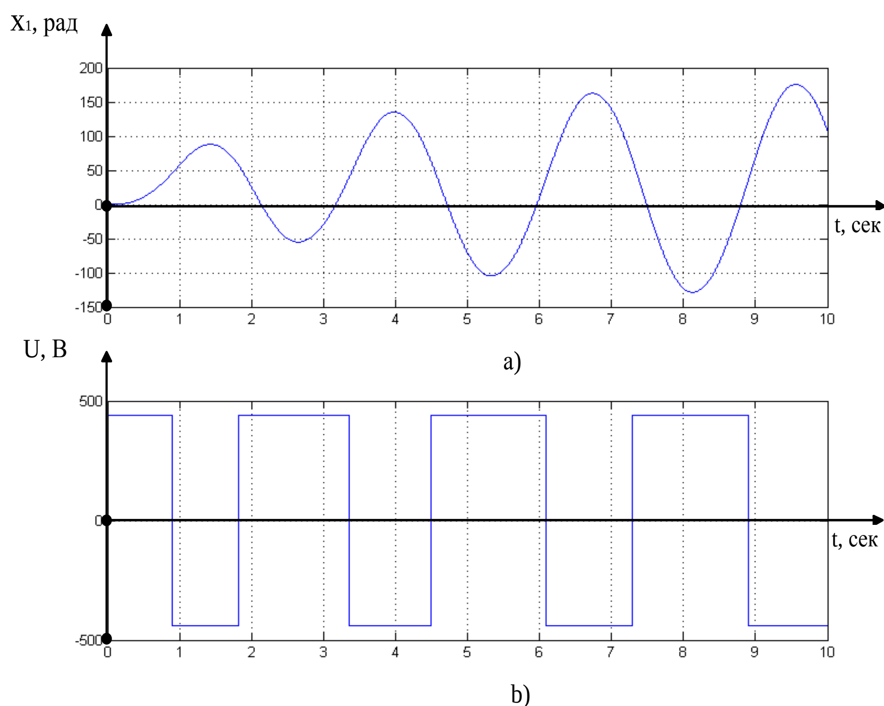


Рис. 6. Результаты моделирования с управлением при $T_1 = 0{,}015$, $T_2 = 0{,}016$, $T_3 = 0{,}017$: переходный процесс по выходной координате (а); график изменения управления (b)

Однако, несмотря на результат, представленный на рис. 6, дополнение системы управления полученной методом АКАР, ограничениями на амплитуду управляющих сигналов существенно сближает ее с решениями, получаемыми при реализации процедуры синтеза методом максимума.

Обсуждение и заключения. Таким образом, для базовой модели системы управления (2) было синтезировано оптимальное по быстродействию управление методом максимума. Для этого же случая, в третьей части работы с этими же параметрами системы и граничными условиями было синтезировано управление методом АКАР. Оба эти управления внешне несхожи. В случае метода максимума — это программное кусочно-постоянное управление, где важен оптимальный момент времени переключения знака управляющего сигнала. В случае АКАР — это непрерывная гладкая функциональная зависимость управления от значений координат состояния системы. Однако, при их реализации видна структурная схожесть, выражаемая в смене знака управления. После модификации метода АКАР структурная схожесть стала еще более видна. Отметим, что добиться параметрического подобия реализуемых управлений можно за счет подбора вводимых при синтезе методом АКАР постоянных времени. Это позволяет авторам сформулировать следующую гипотезу.

— Подбор вводимых в процедуре синтеза методом АКАР значений постоянных времени T_1, T_2, T_3 , в случае модификации полученного управления способом предложенным в статье, позволяет добиться от синергетического управления свойства оптимальности по быстродействию. Авторам не удалось получить общее доказательство этой интуитивно понятной гипотезы. Однако такая задача не стояла в рамках этой работы. В результате численных экспериментов с вариацией T_1, T_2, T_3 удалось добиться квазиоптимальности управления, полученного методом АКАР.

Библиографический список

1. Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский. — Москва : Наука, 1976. — 392 с.

2. Дыхта, В. А. Численные методы решения задач оптимального импульсного управления, основанные на вариационном принципе максимума // В. А. Дыхта, Н. В. Деренко // Известия ВУЗов. Математика. — 2001. — № 12. — С. 32–40.

3. Колесников, А. А. Прикладная синергетика: основы системного синтеза / А. А. Колесников. — Таганрог : ТТИ ЮФУ, 2007. — 384 с.

4. Колесников, А. А. Синергетика и проблемы теории управления. / А. А. Колесников. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

5. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учетом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ. — 2008. — 324 с.

6. Житников, Ю. З. Анализ погрешностей моментов затяжки одношпиндельными гайковертами на основе муфт предельного момента / Ю. З. Житников, И. В. Житникова // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2011. — № 8. — С. 12–15.

7. Uzunov, O.V. The screwdriver technology of the model building for simulating of the processes in the mechatronic objects. Solid State Phenomena, 2009. vol. 1. no.1, pp. 468–473.

8. Заковоротный, В. Л. Определение оптимальных координат переключения циклов обработки в эволюционной динамической системе резания / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, А. А. Губанова // Известия ВУЗов. Сев.Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — №4 (179). — С. 59–63.

9. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, И. А. Туркин, В. П. Лапшин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион (Техн. науки). — 2014. — №3 (178). — С. 33–41.

10. Лапшин, В. П. Моделирование динамики формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Вестник АГУ. — 2012. — № 4 (110). — С. 226–233.

11. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes. Russian Engineering Research, 2015. Т. 35. № 10. pp. 795–797. DOI : https://doi.org/10.3103/S1068798X15100111

12. Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Modeling tractive effort torque of wheel in deformation movements of pneumatic tire wheel. Procedia Engineering. 2017. Т. 206. pp. 594–599. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.522

13. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Babenko, T.S. Assessing the Regenerative Effect Impact on the Dynamics of Deformation Movements of the Tool during Turning. Procedia Engineering 2017. Т 206. pp.68–73. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.439

14. Заковоротный, В. Л. Зависимость перестройки динамической системы сверления глубоких отверстий спиральными сверлами от параметров серводвигателей / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — № 1. — С. 36–42.

15. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия ВУЗов. Сев.-Кавк. регион. Серия: Технические науки. — 2014. — № 3 (178). — С 33–41.

16. Zakovorotnyi, V.L., Lukyanovъ A.D., Gubanova, A.A., Khristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting. Journal of Sound and Vibration. 2016. T. 368. pp. 174–190. . DOI : https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.01.020

17. Zakovorotnyi, V.L., Vinokurova, I.A. Mathematical modeling of the dynamic cutting system taking into account the irreversible transformation in the area of cutting. Modern informatization problems in the technological and telecommunication systems analysis and synthesis Proceedings of the XXII–th International Open Science Conference. Editor in Chief O.Ja. Kravets. 2017. pp. 351–356.

18. Zakovorotnyi, V.L., Lukyanov, A.D. System synthesis of machine tool manufacturing process control based on synergetic conception. Procedia Engineering 2. Cep. 2nd International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2016. pp. 370–375. DOI : https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.726

19. Zakovorotnyi, V.L., Bykador, V.S. Cutting-system dynamics. Russian Engineering Research. 2016. T. 36. № 7. pp. 591–598. DOI : https://doi.org/10.3103/S1068798X16070182

20. Лапшин, В. П. Электродвигатель постоянного тока — привод электромобиля / В. П. Лапшин, И. А. Туркин / Автомобильная промышленность. — 2017. — № 1. — С. 16–18.

21. Младов, А. Г. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову / А. Г. Младов. — Москва : Высшая школа, 1966. — 223 с.

Поступила в редакцию 04.06.2018
Сдана в редакцию 06.06.2018
Запланирована в номер 15.09.2018

Received 06.06.2018
Submitted 06.06.2018
Scheduled in the issue 15.09.2018

Об авторах:

Лапшин Виктор Петрович,
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5114-0316
i090206.lapshin@yandex.ru

Туркин Илья Андреевич,
старший преподаватель кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4792-4959
Tur805@mail.ru

Христофорова Вероника Владимировна,
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук
ORCID:https://orcid.org/0000-0002-0583-6654
nikaapp@rambler

Authors:

Lapshim, Victor P.,
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5114-0316
i090206.lapshin@yandex.ru

Turkin, Ilya A.,
senior lecturer of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4792-4959
Tur805@mail.ru

Khristoforova, Veronika V.,
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.),
ORCID:https://orcid.org/0000-0002-0583-6654
nikaapp@rambler

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.451.54 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-449-454

Параллельное построение двоичного дерева на основе сортировки*

Я. Е. Ромм[1], Д. А. Чабанюк[2]**
[1, 2] Таганрогский институт имени А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РИНХ)", г. Таганрог, Российская Федерация

Parallel construction of binary tree based on sorting***

Ya. E. Romm[1], D. A. Chabanyuk[2]**
[1, 2] Taganrog Chekhov Institute, Rostov State University of Economics (RINH) branch, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Разработаны алгоритмы параллельного построения двоичного дерева. Алгоритмы выполнены на основе сортировки и описаны в конструктивной форме. Для множества из N элементов временная сложность имеет оценки $T(R)=O(1)$ и $T(R)=O(\log_2 N)$, где число процессоров $R=(N^2-N)/2$. Дерево строится со свойством единственности. Алгоритмы инвариантны относительно вида входной последовательности. Целью работы являлась разработка и исследование способов ускорения процесса организации и преобразований древовидных структур данных на основе алгоритмов устойчивой максимально параллельной сортировки для их применения к базовым операциям информационного поиска в базах данных.
Материалы и методы. Взаимно однозначное соответствие множества входных элементов и построенного для него двоичного дерева устанавливается при помощи устойчивой адресной сортировки. Сортировка обладает максимальным параллелизмом, в операторной форме устанавливает взаимно однозначное соответствие входных и выходных индексов. На этой основе разрабатываются методы взаимного преобразования двоичных структур данных.
Результаты исследования. Получен эффективный параллельный алгоритм построения двоичного дерева на основе адресной сортировки с временной сложностью $T(N^2)=O(\log_2 N)$. От известных аналогов алгоритм отличается структурой и логарифмической оценкой временной сложности, позволяющей достигать ускорения аналогов порядка $O(N^\alpha)$, $\alpha\ge 1$. В качестве усовершенствованного варианта предложена модификация алгоритма, обеспечивающая максимально параллельное построение двоичного дерева на основе устойчивой адресной сортировки и априорного вычисления хранимых индексов корней поддеревьев. Алгоритм отличается структурой и оценкой временной сложности $T(1)=O(1)$. Аналогичная оценка достигается в последовательном варианте модифициро-

Introduction. Algorithms for the parallel binary tree construction are developed. The algorithms are based on sorting and described in a constructive form. For the N element set, the time complexity has $T(R)=O(1)$ and $T(R)=O(\log_2 N)$ estimates, where $R=(N^2-N)/2$ is the number of processors. The tree is built with the uniqueness property. The algorithms are invariant with respect to the input sequence type. The work objective is to develop and study ways of accelerating the process of organizing and transforming the tree-like data structures on the basis of the stable maximum parallel sorting algorithms for their application to the basic operations of information retrieval on databases.
Materials and Methods. A one-to-one relation between the input element set and the binary tree built for it is established using a stable address sorting. The sorting provides maximum concurrency, and, in an operator form, establishes a one-to-one mapping of input and output indices. On this basis, methods for the mutual transformation of the binary data structures are being developed.
Research Results. An efficient parallel algorithm for constructing a binary tree based on the address sorting with time complexity of $T(N^2)=O(\log_2 N)$ is obtained. From the well-known analogues, the algorithm differs in structure and logarithmic estimation of time complexity, which makes it possible to achieve the acceleration of $O(N^\alpha)$, $\alpha\ge 1$ order analogues. As an advanced version, an algorithm modification, which provides the maximum parallel construction of the binary tree based on a stable address sorting and a priori calculation of the stored subtree root indices is suggested. The algorithm differs in structure and estimation of $T(1)=O(1)$ time complexity. A similar estimate is achieved in a sequential

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: romm@list.ru, denchabanyuk@gmail.com
*** The research is done within the frame of independent R&D.

ванного алгоритма, что позволяет достигать ускорения известных аналогов порядка $O(N^{\alpha})$, $\alpha > 1$.
Обсуждения и заключение. Полученные результаты направлены на организацию эффективных способов динамической обработки баз данных. Предложенные способы и алгоритмы могут составить алгоритмическую основу для ускоренного детерминированного поиска в реляционных базах данных и информационных системах.

version of the modified algorithm, which allows obtaining the acceleration of known analogs of $O(N^{\alpha})$ $\alpha > 1$ order.
Discussion and Conclusions. The results obtained are focused on the creation of effective methods for the dynamic database processing. The proposed methods and algorithms can form an algorithmic basis for an advanced deterministic search on the relational databases and information systems.

Ключевые слова: структуры данных, алгоритмы обработки данных, двоичное дерево, алгоритмы параллельной сортировки.

Keywords: data structures, data processing algorithms, binary tree, algorithms for parallel sorting.

Образец для цитирования: Ромм, Я. Е. Параллельное построение двоичного дерева на основе сортировки / Я. Е. Ромм, Д. А. Чабанюк // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 4. — С. 449-454. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-449-454

For citation: Ya.E. Romm, D.A. Chabanyuk. Parallel construction of binary tree based on sorting. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.4, pp. 449-454. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-4-449-454

Введение. В области современных высокопроизводительных вычислений имеется тенденция к конвергенции технологий параллельной обработки информации и различных архитектур процессоров. Несмотря на многообразие архитектур процессоров и способов представления информации, для повышения скорости обработки данных одной из важнейших задач информатики является идея параллельной обработки. Для ускорения обработки данных авторы предлагают использовать алгоритм устойчивой адресной сортировки, обладающей максимальным параллелизмом.

Метод параллельного построения двоичного дерева. Для массива $A = \left(a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}\right)$ матрица сравнений строится в соответствии с [1, 2]. Элемент a_{ij} этой матрицы определяется как

$$a_{ij} = \operatorname{sign}\left(a_j - a_i\right) = \begin{cases} +, & a_j > a_i \\ 0, & a_j = a_i \\ -, & a_j < a_i \end{cases},$$

где $i, j = 1, 2, \ldots, n$.

Элемент a_j в отсортированном массиве $C = \left(c_0, c_1, \ldots, c_{n-1}\right)$ получает номер $k = \sum_{i=1}^{n} a_{ij}$, где $a_{ij} \geq 0$ при $i \leq j$, $a_{ij} > 0$ при $i > j$. Все сравнения взаимно независимы, сортировка устойчива и максимально параллельна с оценкой временной сложности $T\left(\frac{N^2 - N}{2}\right) = O(1)$. На этой основе можно выполнить параллельное построение двоичного дерева [3, 4]. Пусть дано множество из N элементов X_i, все элементы которого представлены в виде одномерного массива. На множестве предполагается заданным отношение порядка $\leq$. Требуется преобразовать массив в двоичное дерево. Для этого выполняется описанная сортировка массива. Серединный элемент массива C имеет индекс $j_{\text{ср}} = \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil$ и принимается за корень дерева [3]. Все элементы массива C слева от $C_{j_{\text{ср}}}$ образуют левое поддерево (левый подмассив). Элементы справа от $C_{j_{\text{ср}}}$ образуют правое поддерево (правый подмассив). Левый подмассив интерпретируется как новый массив. В нем аналогично находится индекс корня $j_{\text{ср. лев. }1/2} = \left\lceil \frac{1}{2}\left(\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil - 1\right) \right\rceil = \left\lceil \frac{j_{\text{ср}} - 1}{2} \right\rceil$. При этом $C_{j_{\text{ср. лев. }1/2}}$ — ближайший слева потомок корня дерева $C_{j_{\text{ср}}}$. Все элементы подмассива слева от $C_{j_{\text{ср. лев. }1/2}}$ не превосходят $C_{j_{\text{ср. лев. }1/2}}$, все элементы подмассива справа не меньше $C_{j_{\text{ср. лев. }1/2}}$. Одновременно определяется индекс корня правого подмассива

$j_{\text{ср. прав. } 1/2} = \left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2}\left(\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil - 1\right) \right\rceil = j_{\text{ср}} + \left\lceil \frac{j_{\text{ср}} - 1}{2} \right\rceil$. При этом $C_{j_{\text{ср. прав. } 1/2}}$ — ближайший справа потомок корня дерева $C_{j_{\text{ср}}}$. Процесс рекуррентно возобновляется в каждой паре прилегающих подмассивов:

$$j_{\text{ср. лев. } 1/2^i,\, 1} = \left\lceil \frac{j_{\text{ср. лев. } 1/2^{i-1}} - 1}{2} \right\rceil,$$

$$j_{\text{ср. лев. } 1/2^i,\, 2} = j_{\text{ср. лев. } 1/2^{i-1}} + \left\lceil \frac{j_{\text{ср. лев. } 1/2^{i-1}} - 1}{2} \right\rceil,$$

$$j_{\text{ср. прав. } 1/2^i,\, 1} = j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-1}} - \left\lceil \frac{j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-1}} - j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-2}} - 1}{2} \right\rceil,$$

$$j_{\text{ср. прав. } 1/2^i,\, 2} = j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-1}} + \left\lceil \frac{j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-1}} - j_{\text{ср. прав. } 1/2^{i-2}} - 1}{2} \right\rceil, \; i = 1, 2, \ldots, \log_2 N .$$

В результате за время $O(1)$ формируются все элементы нижестоящего уровня двоичного дерева. Процесс можно продолжать до исчерпания $\log_2 N$ уровней двоичного дерева.

Число шагов алгоритма построения двоичного дерева в параллельной форме складывается из шага сортировки и последовательности шагов при расчете индексов корней поддеревьев. Отсюда $T(R) = \log_2 N\,\tilde{\tau} + \tau = O(\log_2 N)$, где R — число процессорных элементов, τ — время бинарного сравнения, $\tilde{\tau}$ — время вычисления одного индекса корня. Число процессоров R определяется максимально параллельной сортировкой N входных элементов, а затем вычислением индексов с удвоением по числу уровней дерева. При вычислении индексов это число не превзойдет $2^{\log_2 N - 1} = N/2$, поэтому числа процессоров, задействованных сортировкой, достаточно. В итоге R не превзойдет $\frac{N^2 - N}{2}$ [3]. Окончательно, временная сложность параллельного алгоритма построения двоичного дерева составит

$$T\left(\frac{N^2 - N}{2}\right) = O(\log_2 N).$$

Пример [3]. Двоичное дерево для массива из 15 элементов $X = (14,\ 9,\ 24,\ 7,\ 11,\ 20,\ 28,\ 3,\ 8,\ 10,\ 13,\ 17,\ 21,\ 25,\ 30)$ строится следующим образом.

Результатом сортировки является массив

$$C = (3,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 13,\ 14,\ 17,\ 20,\ 21,\ 24,\ 25,\ 28,\ 30).$$

Корнем двоичного дерева является серединный элемент массива C: $j_{\text{ср}} = \left\lceil \frac{15}{2} \right\rceil = 8$, $C_8 = 14$. Левый подмассив имеет корень $j_{\text{ср. лев. } 1/2} = \left\lceil \frac{8-1}{2} \right\rceil = 4$, элемент $C_4 = 9$ — корень левого поддерева, который является ближайшим слева потомком серединного элемента $C_{j_{\text{ср}}}$. Правый подмассив имеет корень $j_{\text{ср. прав. } 1/2} = 8 + \left\lceil \frac{8-1}{2} \right\rceil = 12$, элемент $C_{12} = 24$ является корнем правого поддерева и ближайшим справа потомком корня $C_{j_{\text{ср}}}$. Далее, $j_{\text{ср. лев. } 1/4,1} = \left\lceil \frac{4-1}{2} \right\rceil = 2$, элемент $C_2 = 7$ — корень поддерева слева и является ближайшим слева потомком корня поддерева $C_{j_{\text{ср. лев. } 1/2}}$. В правом поддереве корень имеет номер $j_{\text{ср. лев. } 1/4,2} = 4 + \left\lceil \frac{4-1}{2} \right\rceil = 6$, элемент $C_6 = 11$ — корень правого поддерева и ближайший справа потомок

$C_{j_{\text{ср. лев. }1/2}}$. Аналогично, слева от $C_{j_{\text{ср. прав. }1/2}}$ определяется корень $j_{\text{ср. прав. }1/4,1} = 12 - \left\lceil \frac{12-8-1}{2} \right\rceil = 10$, элемент $C_{10} = 20$ — корень левого от него поддерева и ближайший слева потомок корня поддерева $C_{j_{\text{ср. прав. }1/2}}$. Для смежного с рассмотренным правым подмассивом корень имеет номер $j_{\text{ср. прав. }1/4,2} = 12 + \left\lceil \frac{12-8-1}{2} \right\rceil = 14$, элемент $C_{14} = 28$ — ближайший справа потомок $C_{j_{\text{ср. прав. }1/2}}$ и корень правого поддерева. Нижний уровень дерева сформируют потомки, оставшиеся слева и справа от каждого из 4 идентифицированных корней (рис. 1):

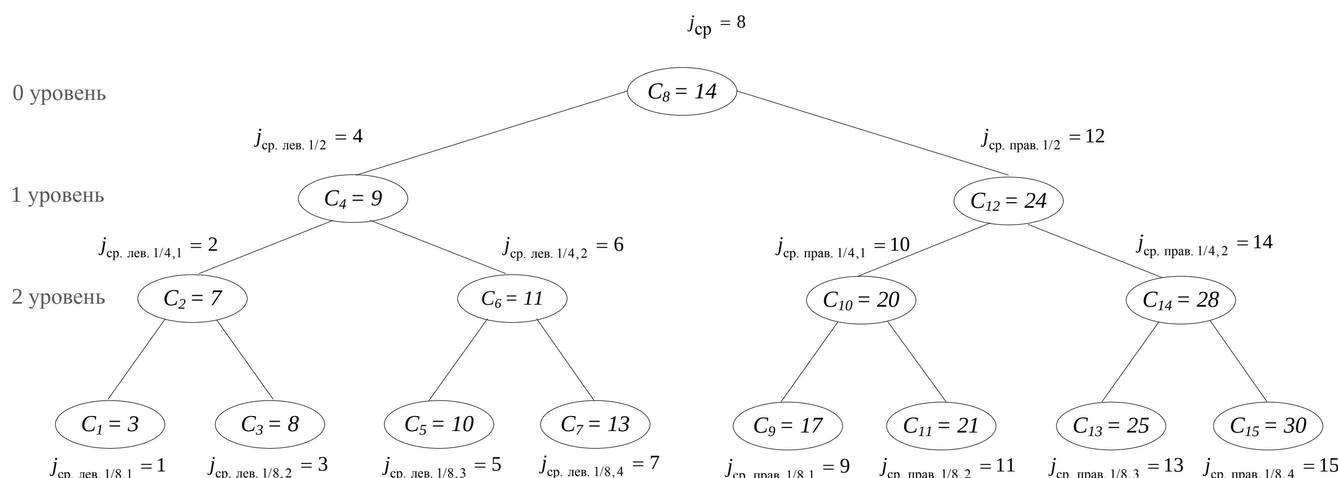


Рис. 1. Пример построения двоичного дерева на основе сортировки

Имеет место

Теорема 1 [3]. Для одномерного массива из N элементов двоичное дерево может быть построено параллельно при помощи сортировки с временной сложностью $T\left(\frac{N^2}{2}\right) = O(\log_2 N)$.

Использованная сортировка устойчива, как следствие двоичное дерево строится с единственностью. Индексы всех серединных элементов (всех корней поддеревьев) можно идентифицировать [3]. С учетом этой модификации все индексы из предыдущего примера для N значений поддеревьев можно вычислить синхронно и взаимно независимо. Это приводит к единичной оценке времени построения двоичного дерева. Для каждого конкретного N все значения индексов узлов дерева можно вычислить априори и хранить в памяти компьютера. С их помощью отсортированные элементы можно синхронно и взаимно независимо адресовать по всем узлам дерева. Формулы вычисления индексов узлов зависят только от общего количества N входных элементов и никак не зависят от их взаимного расположения после устойчивой сортировки. Для упрощения адресации памяти вычисленные индексы можно упорядочить на каждом уровне и расположить по возрастанию уровней. Тогда по ключу N считывается вся совокупность упорядоченных индексов узлов. Остается только по считаным адресам расположить отсортированные элементы дерева. На основании изложенного имеет место

Теорема 2. Для одномерного массива из N элементов двоичное дерево может быть построено параллельно при помощи сортировки и априорного вычисления индексов с временной сложностью $T\left(\frac{N^2}{2}\right) = O(1)$.

Ниже представлена единая таблица, содержащая формальные оценки временной сложности последовательных и параллельных алгоритмов построения двоичного дерева в сопоставлении с предложенными алгоритмами.

Таблица 1

Сравнительные оценки временной сложности последовательных
и параллельных алгоритмов построения двоичного дерева
в сопоставлении с предложенными алгоритмами

Алгоритм построения двоичного дерева	Временная сложность алгоритма	Ускорение при использовании алгоритма с единичной временной сложностью	Ускорение при использовании алгоритма с логарифмической временной сложностью
Algorithm of Lagana A., Kumar V. (2004) [5]	$\tilde{T} = O\left(N^{\frac{k+1}{k}}\right)$ [5]	$\frac{\tilde{T}}{T^*} = O\left(\frac{N^{\frac{k+1}{k}}}{1}\right)$	$\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{N^{\frac{k+1}{k}}}{\log_2 N}\right) = O(N \ln 2)$
Algorithm of Chalermsook P. (2015) [6]	$\tilde{T} = O(N^2)$ [6]	$\frac{\tilde{T}}{T^*} = O(N^2)$	$\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{N^2}{\log_2 N}\right) = O(N^2 \ln 2)$
Полиномиальный алгоритм (2016) [7]	$\tilde{T} = O(N^3)$ [7]	$\frac{\tilde{T}}{T^*} = O(N^3)$	$\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{N^3}{\log_2 N}\right) = O(N^3 \ln 2)$
Алгоритм «left child – right sibling» (2014) [8]	$\tilde{T} = O(N^2)$ [8]	$\frac{\tilde{T}}{T^*} = O(N^2)$	$\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{N^2}{\log_2 N}\right) = O(N^2 \ln 2)$
Pattern-based algorithm (1991) [9]	$\tilde{T} = O(\lvert D\rvert \log_2 D)$ [9]	$\frac{\tilde{T}}{T^*} = O\left(\frac{\lvert D\rvert \log_2 D}{1}\right)$	$\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{\lvert D\rvert \log_2 D}{\log_2 N}\right)$
Представленный алгоритм с логарифмической оценкой временной сложности (2015) [3]	$T = O(\log_2 N)$ [3]	–	–
Представленный алгоритм с единичной оценкой временной сложности (2015) [3]	$T^* = O(1)$	–	–

В таблице 1 D — мощность словаря шаблонов, N — число входных элементов двоичного дерева, k — размерность пространства, в котором выполняется сортировка.

Из таблицы видно, что предложенный алгоритм с логарифмической оценкой временной сложности абстрактно улучшает оценки известных алгоритмов. Минимальное ускорение достигается по отношению к алгоритму из [5]: $\frac{\tilde{T}}{T} = O(N^2 \ln 2)$, или, $\frac{\tilde{T}}{T} = O(N)$, а максимальное ускорение достигается относительно полиномиального алгоритма из [7]: $\frac{\tilde{T}}{T} = O\left(\frac{N^3}{\log_2 N}\right)$ или $\frac{\tilde{T}}{T} = O(N^3)$. В случае с предложенным алгоритмом с единичной оценкой временной сложности также улучшаются оценки известных алгоритмов. В данном случае минимальное ускорение достигается относительно алгоритма из [5]: $\frac{\tilde{T}}{T^*} = O(N)$, максимальное ускорение достигается относительно полиномиального алгоритма из [7]: $\frac{\tilde{T}}{T^*} = O(N^3)$.

Заключение. Разработанные алгоритмы отличаются от известных способов [5–7, 10, 11] построения двоичного дерева тем, что используется максимально параллельная сортировка для вычисления индексов узлов. При этом для построения дерева либо затрачивается логарифмическое число шагов, либо вообще не затрачивается дополнительное время, если значения индексов априори рассчитаны для всех значений N в некоторых реальных границах и хранятся в памяти компьютера. Предложенный параллельный алгоритм построения двоичного дерева может использоваться с целью организации эффективных способов динамической обработки баз данных.

Библиографический список

1. Ромм, Я. Е. Сравнение слов с единичной временной сложностью / Я. Е. Ромм, Д. А. Чабанюк // Известия Южного федер. ун-та. Технические науки. — 2014. — № 7 (156). — С. 230–238.
2. Ромм, Я. Е. Параллельная сортировка слиянием по матрицам сравнений. II / Я. Е. Ромм // Кибернетика и системный анализ. — 1995. — № 4. — С. 13–37.
3. Ромм, Я. Е. Построение двоичного дерева на основе параллельной сортировки / Я. Е. Ромм, Д. А. Чабанюк // Фундаментальные исследования. — 2015. — Т. 8., № 3. — С. 509–513.
4. Ромм, Я. Е. Параллельное построение двоичного дерева на основе сортировки / Я. Е. Ромм, Д. А. Чабанюк // Аспекты развития науки, образования и модернизации промышленности : матер. Всеросс. научно-практ. конф. — Таганрог, 2017. — Т. 1. — С. 77–84.
5. Laganà A. Computational Science and Its Applications: Lecture Notes in Computer Science / A. Laganà, V. Kumar, C. Tan. — Assisi: Springer Science & Business Media, 2004. — 1044 p. — DOI: https://doi.org/10.1007/b98048
6. Chalermsook P. 2015 IEEE 56th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS 2015) / P. Chalermsook, M. Goswami; eds. – Piscataway, NJ: IEEE, 2015. – 410-423 p. – DOI: 10.1109/FOCS.2015.98
7. Гавриков, А. В. *Т*-неприводимые расширения для ориентированных бинарных деревьев / А. В. Гавриков // Компьютерные науки и информационные технологии. — 2016. — № 6. — С. 123–125. — DOI : https://doi.org/10.17223/20710410/34/6
8. Гриценко, Н. С. Построение двоичного дерева на основе модифицированной схемы хранения деревьев общего вида «*left child*»-«*right sibling*» (*LCRS*) / Н. С. Гриценко, Ю. С. Белов // Инженерный журнал : наука и инновации. — 2014. — № 3. — С. 75–84. — DOI: https://doi.org/10.18698/2308-6033-2014-3-1281.
9. Amir A. Adaptive dictionary matching / A. Amir, M. Farach // Foundations of Computer Science, 1991. Proceedings., 32nd Annual Symposium on. — IEEE, 1991. — P. 760-766. — DOI: https://doi.org/10.1109/SFCS.1991.185445
10. Fischer J. Theoretical and Practical Improvements on the RMQ-Problem, with Applications to LCA and LCE / J. Fischer, V. Heun // Combinatorial Pattern Matching – Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2006. – Vol. 4009. – P. 36-48.
11. Institute of Electrical and Electronics Engineers. Pattern-Avoiding Access in Binary Search Trees / Computer Society // 2015 IEEE 56th Annual Symposium on Foundations of Computer Science (FOCS 2015). – 2015. – № 56. — P. 410-423. DOI: https://doi.org/10.1109/FOCS.2015.32

Поступила в редакцию 21.01.2018
Сдана в редакцию 24.01.2018
Запланирована в номер 20.07.2018

Received 21.01.2018
Submitted 24.01.2018
Scheduled in the issue 20.07.2018

Об авторах

Ромм Яков Евсеевич,
заведующий кафедрой «Информатика» Таганрогского института им. А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РИНХ) (РФ, 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, д. 48), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7251-2844
romm@list.ru

Чабанюк Денис Андреевич,
доцент кафедры «Теоретическая, общая физика и технологии» Таганрогского института им. А. П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РИНХ) (РФ, 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, д. 48),
ORCID http://orcid.org/0000-0003-2972-0944
denchabanyuk@gmail.com

Authors:

Romm, Yakov Ye.,
Head of the Information Technology Department, Taganrog Chekhov Institute, Rostov State University of Economics (RINH) branch (48, Initsiativnaya St., Taganrog, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7251-2844
romm@list.ru

Chabanyuk, Denis A.,
associate professor of the Theoretical, General Physics and Technologies Department, Taganrog Chekhov Institute, Rostov State University of Economics (RINH) branch (48, Initsiativnaya St., Taganrog, RF),
ORCID http://orcid.org/0000-0003-2972-0944
denchabanyuk@gmail.com